COMBINED MATHS (සංයුක්ත ගණිතය)

ශේෂ ප්‍රමේය, භින්න භාග, අසමානතා, ලඝු

Name :- .... **School :-**...

1 පහත දැක්වෙන බහු පද ශ්‍රිතවල මාත්‍රය ලියා, $f(0), f(1), f(-1), f(2)$ හා $f(3)$ අගයන්න.

(i) $f(x)=(x^2+2)^2(x+2)(x-1)$ (ii) $f(x)=3x^2-5x-1$ (iii) $f(x)=(x^2+1)(x-1)-2$

(iv) $f(x)=\left[(x+1)^3-3x^2+8\right]^2$ (v) $f(x)=(x+2)^2-x-1$ (vi) $f(x)=(x^3+8)-(x+2)$

(vii) $f(x)=(x-1)^3+(x+5)$ (viii) $f(x)=(x^2+1)^2+(x^2-1)^2$ (ix) $f(x)=(x^2+1)^2-x-1$

(x) $f(x)=(x-2)^3(x-1)-x+1$ (xi) $f(x)=(x-2)^4(x+3)^2$ (xii) $f(x)=5x+3$

(xiii) $f(x)=(x^3-3x^2+3x-1)(x+1)$ (xiv) $f(x)=(7x+3)^2(x-1)^3$ (xv) $f(x)=x^3-x^2-1$

2 දීර්ඝ බෙදීම භාවිතයෙන්, පහත දැක්වෙන බහුපද ඉදිරියෙන් ඇති ප්‍රකාශනයෙන් බෙදා ලියන්න.

(i) $x^3+4x^2-2x+1, (x+1)$ (ii) $2x^3-4x^2-x+5, (x+3)$ (iii) $x^4+4x^3+2x^2-x-5, (x-2)$

(iv) $x^4+3x^3-x^2-5x-1, (x^2+1)$ (v) $2x^5-4x^4-x^2-2, (x^2-2)$ (vi) $x^4+3x^3-2x^2-x-1, (2x+1)$

(vii) $x^3+8x^2-3x+5, (x+1)^2$ (viii) $x^3-3x^2+7x+8, (x-3)$ (ix) $5x^3+3x^2-8, (x^2-3x+7)$

(x) $3x^4+7x^3+5x^2-3, (x^2-3)$ (xi) $x^4+x^3-3x^2+8x-1, (x^2+5)$ (xii) $5x^4-3x+2, (x-1)^2$

(xiii) $x^5-3x^4-x^2+5x+3, (x+2)(x-1)$ (xiv) $5x^6-3x^4-x^3+2x^2-5x-4, (x^2-1)$ (xv) $8x^6-3x^2+1, (x^3-3x+1)$

3 පහත බහුපද ඉදිරියෙන් දැක්වෙන ප්‍රකාශනයෙන් බෙදා ලියන්න.

(i) $8x^2+17x+8, (x-4)$ (ii) $3x^2-13x-8, (x-6)$ (iii) $7x^2+12x+16, (x-5)$

(iv) $x^3+3x^2-x+8, (x^2+2)$ (v) $2x^3+5x^2-1, x(x+2)$ (vi) $5x^3-2x^2+5, x(x+8)$

(vii) $6x^3+5x^2+3x-2, (x^2+5x-3)$ (viii) $2x^3+9, (x^2+10x-5)$ (ix) $1-x^2+5x^3, (x^2+3x+12)$

(x) $-7x^3+8x+12, (x-1)(x+3)$ (xi) $x^4+3x^2+8x+6, (x-2)^2$ (xii) $x^5+8x^2-1, (x-1)^2(x+1)$

(xiii) $3x^5-x^3+2x^2-8, (x^2-1)$ (xiv) $x^6+5x^5-3x^4+8, (x^2+8x-1)$ (xv) $1-3x^4+x^6-x^8, (x-1)^3$

4 දීර්ඝ බෙදීම මගින් හා සංස්ලේශ බෙදීම මගින් පහත බහුපද ඉදිරියෙන් දැක්වෙන ප්‍රකාශනයන් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය හා ලබ්ධිය සොයන්න.

(i) $7x^2-12x+19, (x-1)$ (ii) $3x^2+16x-8, (x+2)$ (iii) $3x^2+5x-17, (x-8)$

(iv) $x^3+2x^2-x+3, (x+1)$ (v) $x^4+x^2-6x+1, (2x-1)$ (vi) $x^4+3x^3-x+1, (x-2)$

(vii) $x^5-3x^4-x^3-x+1, (2x+1)$ (viii) $2x^4+3x^3-x^2, (x+3)$ (ix) $3x^5+x^3-x^2+1, (x-1)$

(x) $x^3+8x^2-3, (x-1)$ (xi) $7x^3-8x^2+12, (x+3)$ (xii) $1-3x+7x^3, (x+2)$

(xiii) $x^4+3x^3-x^2-1, (x+2)$ (xiv) $7x^4-3x^3+3, (x+5)$ (xv) $x^6+3x^3+x^2-8, (x+9)$

5 බහු පද දෙකක සමානතාවය පදනම් කරගෙන, නොදන්නා පද අගයන්න.

(i) $a(x+9)+b(x^2+10)+c(2x^3+3)=4x^3+5x^2-dx+10$ (ii) $(2x+a)(3x+b)=cx^2+5x+1$

(iii) $(4t+p-2)^2+qt^3=rt^3+(p-q)t+(p+r)16t^2+\frac{1}{2}$ (iv) $(ax^2+b)(3x^2+c)=3x^4+5x^2+2$

(v) $(x^2+a)(x^2+1)+(1-b)x^2=(x^2+b)^2$ (vi) $a(2x+1)^2+b(2x-1)=8x^2+cx+5$

(vii) $x^3+px^2-(8-q)x+q=(x^2+2)(x+8)+(x^2+r)$ (viii) $(x^2+x+a)(x-b)=x^3-1$

(ix) $(px+1)(x+q)=2x^2+rx-8$ (x) $(x+1)^3(x-1)=ax^4+bx^3+cx+d$

6
(i) $f(x) = x^3 - x^2 - 2x - 1$ හා $g(x) = (2x-1)$ දී ඇත.
(a) $f(1/2)$ (b) $f(g(x))$ (c) $f(g(1/2))$ (d) $g(f(x))$ (e) $f(g(1/x))$

(ii) $f(x) = x^3 - 3x^2 - x - 1$ හා $g(x) = x - 2$ වේ.
(a) $f(g_{(1)})$ (b) $f(g_{(x)})$ (c) $f(g(1/t))$ (d) $\dfrac{f(x)}{g(x)}$

(iii) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 1$ $g(x) = (x-2)$ නම්
(a) $f[g(o)]$ (b) $f[g(x)]$ (c) $f(x)/g(x)$ (d) $f[g(\sqrt{k})]$

(iv) $f(x) = 3x^4 + 8x^3 - 12x^2 + 1$ හා $g(x) = 8x + 13$ ලෙස දී ඇත. පහත ඒවා සොයන්න.
(a) $f(1)$ (b) $f\left(\dfrac{-1}{3}\right)$ (c) $f(t^2)$ (d) $f(g(2))$ (e) $\dfrac{f(x)}{g(x)}$

(v) $f(x) = 5x^4 + 4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x - 1$ හා $g(x) = 3x^2 - 8x + 1$ ලෙස දී ඇත.
(a) $f(1)$ (b) $f(g_{(0)})$ (c) $f(g_{(t)})$ (d) $f\left(g_{(\sqrt{t})}\right)$ (e) $\dfrac{f(x)}{g(x)}$

(vi) $f(t) = t^6 + t^5 - t^3 + 8t - 1$ හා $g(t) = 3t^2 - t + 1$ ලෙස දී ඇත. පහත ඒවා සොයන්න.
(a) $f(2)$ (b) $f(3)$ (c) $f(g_{(2)})$ (d) $f(g_{(4)})$ (e) $\dfrac{f(t)}{g(t)}$

7
ශේෂ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න. එනයින්,
(i) x^2+3x-1, $(x-1)$ න් බෙදූවිට ශේෂය සොයන්න.
(ii) $3x^3-2x^2-1$, $(x+1)$ න් බෙදූවිට ශේෂය සොයන්න.
(iii) $4x^4-x^3-x^2-3x$, $(x-2)$ න් බෙදූවිට ශේෂය සොයන්න.
(iv) x^5-3x^4-2x-1, $(2x-1)$ න් බෙදූවිට ශේෂය සොයන්න.
(v) $2x^4-3x^3+x^2-5$, $(2x+1)$ න් බෙදූවිට ශේෂය සොයන්න.
(vi) $3x^3 + 8x^2 + 12x + 1, (x-3)$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.
(vii) $8x^3 + 16x^2 + x - 9, (2x+5)$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.
(viii) $2x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 3, (x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.
(ix) $(x^2 + 3x + 5)(x^2 - 1)(x + 2), (x + 4)$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.
(x) $(x^2 + 2)^3 + 5x^2 + 2x + 1, (x + 3)$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

8
දීර්ඝ බෙදීම භාවිතයකින් තොරව ශේෂය සොයන්න.
(i) $x^2 + 5x + 12, (x+1)^2$ (ii) $x^3 + 5x^2 + 12x - 1, (x+2)^2$ (iii) $64x^3 + 100x^2 + 8x + 1, (2x-1)^2$
(iv) $1 - 2x^2 + 3x^3, (x-1)(x+1)$ (v) $1 - 2x + 4x^3 - 5x^4, (x^2 - 4)$ (vi) $x^5 + 8x^4 - 10x^3 + 7, (x-1)^2$
(vii) $2x^5 + 3x^2 + 8, (x^2 - x - 2)$ (viii) $x^6 - x + 1, (x^2 + 5x + 6)$ (ix) $1 - 2x^4 + x^5 + 2x^6, (x^2 - 9)$
(x) $x^4 + 3x^3 + 12x + 24, (x-1)(x+5)$ (xi) $x^6 - 8x + 3, (x^2 - x - 12)$ (xii) $x^7 + x - 1, (x+2)(x^2 - 1)$

9
(i) ax^3-3x^2+bx-8 ශ්‍රිතය $(x-2)$ න් බෙදූවිට ශේෂය 32 කි. $(x+1)$ න් බෙදූවිට ශේෂය ශූන්‍යකි. a හා b සොයන්න.
(ii) $2x^4+x^3-x^2+ax+b$ යන්න (x^2-1) න් බෙදූවිට ශේෂය $2x+3$ වේ. a හා b වල අගයන් සොයන්න.
(iii) $5x^3 + 12x^2 + 11x + (k+3)$ ප්‍රකාශය $(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 39ක් නම් k සොයන්න.
(iv) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + cx - 60$ බහුපද ශ්‍රිතයේ $(x+2)$ සාධකයකි. c සොයන්න. $f(x)$ බහු පදය ඒකජ සාධක තුනක ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

වැඩ කිරීමට කාලය ගන්න. එය සාර්ථකත්වයේ මිලයි.

10 (i) x^3+ax^2+bx+c, $(x+1)$ න් හා x^2-x මගින් බෙදූවිට ශේෂයන් පිළිවෙලින් 2 හා $x+2$ වේ. a,b හා c සොයන්න.

(ii) $f(x)=x^2+ax+b$ නම්, $f(x)$ ශ්‍රිතය $(x-c)$ වලින් බෙදූවිට ලැබෙන ශේෂයත්, $f(x)$ ශ්‍රිතය $(x-2c)$ බෙදූවිට ලැබෙන ශේෂයත් එකිනෙකට සමාන වේ. c හි අගයන් සොයන්න.

(iii) $x^3+5x^2+\lambda x+\mu$ යන්න $(x-1)$ න්, $(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂයන් 9,29 නම්, $\lambda=-2$ හා $\mu=5$ බව පෙන්වන්න.

(iv) $x^4+\lambda x+\mu$ ප්‍රකාශනය $(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 4ක් වන අතර $(x+2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 8 කි. $\lambda+\mu=-11$ බව පෙන්වන්න.

11 (i) $64x^3+200x^2+8x+k$ යන්න $(2x-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 35කි. k සොයන්න.

(ii) $ax^4-6x^3+bx^2-cx+28$ යන බහුපදය $(x-2)^2$ න් හරියටම බෙදෙන අතර $(x+1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 36 විය. a,b,c නියතයන් සොයන්න. a,b,c මෙම අගයන් ගන්නා විට බහුපදය $(x-1)$ මගින් බෙදූවිට ලැබෙන ශේෂය හා ලබ්ධිය සංස්ලේෂ බෙදීම මගින් සොයන්න.

(iii) $n(>2)$ යනු ඔත්තේ ධන නිඛිලයක් නම්, x^n+2, x^2-1 න් බෙදූ විට ඉතිරි වන ශේෂය $x+2$ බව පෙන්වන්න.

(iv) x^2+1 න් හරියටම බෙදෙන, එහෙත් $(x-1)^2(x+1)$ න් බෙදූ විට $-10x+6$ ක ශේෂයක් ඉතිරි වන x හි සිව්වන මාත්‍රයේ බහු පදයත් සොයන්න.

12 (i) ax^3+bx^2+cx+d ප්‍රකාශනය $(x-1),(x+1),(x-2)$ හා $(x+2)$ න් බෙදූ විට ශේෂයන් පිළිවෙලින් 0, -1, 5,6 වේ නම්, a,b,c,d අගයන්න.

(ii) a,b,c තාත්වික වන අතර $x^3-3b^2x+2c^3, x-a$ හා $x-b$ වලින් හරියටම බෙදේ. $a=b=c$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $f(x)=x^2+3bx-a$ ලෙස බහු පදයක් දීඇත. $f(x)+f(3x-2)$ යන්න $(x-1)$ න් බෙදූවිට ශේෂය 2 බවත්, $(x+2)$ න් බෙදූවිට ශේෂයක් නොමැති බවත් දී ඇත. a හා b හි අගයන් සොයන්න.

(iv) $f(x)\equiv 2x^4+ax^2+bx-60$ ලෙසදී ඇත. $f(x)$, $(x-1)$ න් බෙදූවිට ශේෂය -94 බවද, $(x-3)$ යන්න $f(x)$ හි සාධනයක් බවද දී ඇත. $a=1$ හා $b=-37$ බව පෙන්වන්න.

13 (i) $p(x)$ හා $Q(x),(x+1)$ න් බෙදූ විට ශේෂයන් 9, 21 වේ. $R(x)=3P(x)+8Q(x)$ නම්, $R(x)$ යන්න $(x+1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

(ii) $P(x)=ax^3+bx+3c; a,b,c\in\Re$ ලෙස දී ඇත. $P(x)$ යන්න $(x+1),(x-1)$ හා $(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂ පිළිවෙලින් 2, 4 හා 6 වේ. a,b,c සොයන්න. එනයින් $a+b+c=2$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $f(x)$ යනු x හි බහුපද ශ්‍රිතයකි. මෙහි $f(4)=a$, $f(-4)=b$ හා $f(0)=0$ වේ. $f(x),(x^2-16)$ න් බෙදූ විට ශේෂය, $\left(\frac{a-b}{8}\right)x+\left(\frac{a+b}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න. $f(x)$, x^3-16x මගින් බෙදූවිට ලැබෙන ශේෂයද සොයන්න.

14 (i) x^3+2x+5, x^2-3x+2 න් බෙදූ විට ඉතිරි වන ශේෂය සොයන්න.

(ii) $f(x)$ යන බහුපද ශ්‍රිතය x^2-1 න් බෙදූ විට ශේෂය $3x+2$ වේ. $f(x)$,$(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 1 වේ. $f(x)$, $(x-1)(x^2-x-2)$න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය සොයන්න.

(iii) $f(x)$ වර්ගජ ශ්‍රිතයක්, $x-1, x-2, x-3$ හා $x-4$ න් බෙදූවිට ශේෂයන් පිළිවෙලින් $1,\frac{1}{4},\frac{1}{9},\frac{1}{16}$ වේ. $g(x)=x^2f(x)-1$ වන සේ $g(x)$ බහුපදයක් අර්ථ දක්වා ඇතිවිට, $x-1, x-2, x-3$ හා $x-4$ යන්න $g(x)$ හි සාධක බව පෙන්වන්න. එනයින් $g(x)$ සොයන්න.

15 (i) $\left(x-\lambda-\mu\right)$ මගින් $x^3+3\lambda\mu x-\left(\lambda^3+\mu^3\right)$ බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය හා ලබ්ධිය සොයන්න.

(ii) $x^8+2x^7+ax^2+bx+c$ ප්‍රකාශණය, (x^2+x-2) යන්නෙන් හරියටම බෙදිය හැක. $(x+1)$ න් බෙදූවිට ශේෂය -8 වේ. a,b හා c සොයන්න.

(iii) x හි බහුපදයක් වන $f(x)$ යන්න $(x-a)$ $(x-b)$ න් බෙදූවිට ලැබෙන ශේෂය,

$\left[\dfrac{f(a)-f(b)}{a-b}\right]x+\left[\dfrac{af(b)-bf(a)}{a-b}\right]$ බව පෙන්වන්න. එනයින් , x^6+Ax+B ප්‍රකාශණය x^2+x-6 න් බෙදූවිට ශේෂය $2x+1$ නම්, A හා B හි අගයන් අපෝහණය කරන්න.

16 (i) $x^3+3=\left(Ax+B\right)\left(x^2-1\right)+C\left(x-1\right)+D\left(x+1\right)$ වන පරිදි A=1, B=0, C=-1 හා D =2 බව පෙන්වන්න.

(ii) x^5+2x^2+mx+n බහුපදයේ $(x+1)^2$ සාධකයක් නම්, m හා n සොයන්න.

(iii) $f(x)\equiv x^3+kx^2-2x+1,(x-k)$ වලින් බෙදූ විට ශේෂය k වේ. k ට ගත හැකි අගය කුලකය සොයන්න.

(iv) $p\left(x\right),q\left(x\right),r\left(x\right)$ ශ්‍රිත $\left(x-1\right)$ න් බෙදූ විට ශේෂයන් පිළිවෙලින 2,1,3 වේ. $f\left(x\right)=p\left(x\right)+11q\left(x\right)+111r\left(x\right)$ නම්, $f\left(x\right)$ යන්න $\left(x-1\right)$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

17 (i) x^3+ax^2+b හා ax^3+bx^2+x-a බහුපද වලට පොදු සාධකයක් තිබේ නම්, $(b-a^2)x^2+x-a(1+b)$ ටද එය සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

(ii) $x^3+kx^2+7x+5k$ ප්‍රකාශනය $\left(x-1\right)\left(x+2\right)$ න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂයේ x පද නොමැති නම්, k සොයන්න.

(iii) p,q හා r නියතයන් වූ $f(x)=x^8+px^2+qx+r$ බහු පදය $(x-1),(x+1)$ හා x වලින් බෙදූවිට පිළිවෙලින් 3,5 හා 2 ශේෂ ලැබේ. p,q හා r සොයා එනයින් $f(x)$ ගන්න. $(x-2)$ න් බෙදූවිට ලැබෙන ශේෂය සොයන්න.

(iv) තුන්වන මාත්‍රයේ බහුපදයක් වන $f(x)$, (x^2+x+1) න් බෙදූ විට $(2x+3)$ ක ශේෂයක් ද, $x(x+3)$ න් බෙදූ විට $5(x+1)$ ක ශේෂයක් ද ලැබේ. $f(x)$ සොයන්න.

18 (i) $\left(p+q\right)\left(x^2-1\right)+\left(p+r\right)=2x^2+rx+3$ වන පරිදි $p=5,q=-3,r=0$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $f(x)=x^4+x^3-5x^2+ax+b$ වේ. $(x-2)$ හා $(x+3)$ $f(x)$ හි සාධක වේ නම්, a හා b සොයන්න. $f(x)$ හි ඉතිරි සාධක සොයන්න.

(iii) $ax^5-2x^3+x^2+b\equiv(x^2-1)f(x)-x-2$ බව දී ඇත. මෙහි a හා b නියත ද $f(x)$ බහුපදයක් ද වේ. a හා b අගයන්න. $f(x)$ බහුපදය $x+2$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න

(iv) $f\left(x\right)$ බහු පද ශ්‍රිතය $\left(x-1\right),\left(x-3\right)$ මගින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය 20, 16 වේ. $f\left(x\right)$ යන්න $\left(x^2-4x+3\right)$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

19 (i) $f(x)$ බහුපද ශ්‍රිතයකි. $f(2)=3$ හා $f(-2)=2$ නම්, $f(x)$ ශ්‍රිතය x^2-4 න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

(ii) $f(x)\equiv x^2+3bx-a$ ලෙස දී ඇත. $f(x)+f(3x-2)$ යන්න $(x-1)$ මගින් බෙදූ විට ඉතිරි වන ශේෂය 2 බවත්, $(x+2)$ මගින් බෙදූ විට ඉතිරි වන ශේෂය 0 බවත් දී ඇත. a හා b හි අගයන් සොයන්න.

(iii) $f\left(x\right)$ නම් බහු පදය $\left(x+2\right)\left(x+5\right)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $\lambda\left(x+2\right)+\mu\left(x+5\right)$ ආකාරයට වන පරිදි $f\left(-2\right)$ හා $f\left(-5\right)$ ඇසුරෙන් λ,μ සොයන්න.

(iv) $f\left(x\right)=x^7+px^2+qx+r$ ශ්‍රිතය $x+2$ සහ $x\left(x+1\right)$ වලින් බෙදූ විට ශේෂ පිළිවෙලින් 2 සහ $x+3$ වේ. p,q, r සොයන්න.

20 (i) $(px+8)(qx+7)-10x+9=2x^2+12x+r$ වේ. මෙහි p,q,r යනු නිඛිල අගයන් වේ. බහු පද දෙකක සමානතාවය පදනම් කරගනිමින් $p=2, q=1$ හා $r=65$ බව පෙන්වන්න.

(ii) f(x) බහු පදය (x-1) න් බෙදූ විට ශේෂය 2 වන අතර (x-2)න් බෙදූවිට ශේෂය 3 වේ. f(x) යන්න (x-1)(x-2) න් බෙදූවිට ලැබෙන ශේෂය සොයන්න. f(x) බහුපදය මාත්‍රය 3 වන බහුපදයක් වන අතර x^3 හි සංගුණකය 1 බව දී ඇත. -1 යනු f(x) = 0 සමීකරණයේ මූලයක් නම් f(x) බහුපදය සොයන්න. f(x) = 0 සමීකරණයට වෙනත් තාත්වික මූල නොමැති බව පෙන්වන්න.

(iii) x^3-2x+a යන්න (x-1) න් බෙදූවිට ලැබෙන ශේෂය, x^4+x-a යන්න (x+1)න් බෙදූවිට ලැබෙන ශේෂයට වඩා 1 කින් වැඩි නම් a සොයන්න.

21 (i) kx^5+2x^2+k ප්‍රකාශනය $(x-1)(x-2)(x-3)$ න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂයේ x^2 පද නොමැති නම්, k සොයන්න.

(ii) $x^2-3=(Ax^2-Bx-C)+x(Bx+C)+A$ වේ. මෙහි A,B, හා C යනු තාත්වික සංඛ්‍යා වේ. බහුපද දෙකක සමානතාවය පදනම් කරගනිමින් A=-1, B=2 හා C=2 බව පෙන්වන්න.

(iii) (x^2+1) න් හරියටම බෙදෙන එහෙත් (x-1)^2(x+1)න් බෙදූ විට (-10x+6) ශේෂයක් ඉතිරිවන x හි සිව්වන මාත්‍රයේ බහුපදයක් සොයන්න.

(iv) ශේෂ ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න. $x^3+3px+q$ හි (x-a)^2 සාධකයක් නම් එහි අනෙක් සාධකය (x+2a) බවද, $q^2+4p^3=0$ බවද, පෙන්වන්න.

22 (i) $x^6+ax^5+(a-1)x^2+(a+2)$ යන බහු පද ශ්‍රිතය $(x+1)(x+2)$ මගින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂයේ x පද නොමැති නම් a හි අගය සොයන්න.

(ii) $ax^3-8x^2+bx+14$ ශ්‍රිතය x^2-2x-3 න් හරියටම බෙදේ නම්, a හා b සොයන්න.

(iii) f(x) බහුපදය (x – 1) , (x – 2) , (x – 3) මගින් බෙදූ විට ශේෂයන් පිළිවෙලින් 1, -1 හා 2 වේ. f(x), (x^2 -3x +2)(x – 3) මගින් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න. එනයින් f(x) + g(x) යන්න (x^2 – 3x + 2) (x – 3) න් බෙදූ විට ශේෂය (x + 1) වන පරිදි g(x) සොයන්න.

23 පහත ප්‍රකාශන වල සාධක සොයන්න.

(i) x^3-7x+6	(ii) $2x^3+3x^2-3x-2$	(iii) $x^3-x^2-14x+24$
(iv) $x^3-2x^2+2x-15$	(v) $3x^4-19x^3+32x^2-20x+16$	(vi) $4x^3-3a^2x+a^3$
(vii) $x^5-11x^3+6x^2+28x-24$	(viii) $x^5-2x^4-7x^3+3x^2-18x+135$	(ix) x^2-2x^2-5x+6
(x) $2x^4-5x^3+8x^2-15x+6$	(xi) $x^3+7cx^2+11c^2x+2c^3$	(xii) $x^4+2x^3-6x^2-2x+5$
(xiii) $5x^5+x+6$	(xiv) $2x^4+5x^3-20x^2-20x+48$	(xv) x^6-7x^3-8

24 පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශන සාධක වලට වෙන් කරන්න.

(i) $2x^3-5x^2+x+2$	(ii) x^3-x^2-x+1	(iii) x^3+5x^2+8x+4
(iv) x^4-2x^3-x+2	(v) $x^4-5x^3-13x^2+53x+60$	(vi) $2x^4-x^3-9x^2+4x+4$
(vii) $x^4-16x^3+86x^2-176x+105$	(viii) $x^4-2x^3+2x^2-2x+1$	(ix) $x^4-x^3-57x^2+x+50$
(x) $x^5-4x^4+3x^3+3x^2-4x+1$	(xi) $x^4+2x^3-3x^2-8x-4$	(xii) $x^5+3x^4+x^3-x^2-3x-1$
(xiii) $x^5+2x^4+5x^3+5x^2+10x+25$	(xiv) $x^6+2x^4+2x^2+1$	(xv) $x^6-50x^4+769x^2-3600$

25 (i) $4x^3$-(3p+2)x^2-(p^2-1) x+3 හි (x-p) සාධකයක් නම්, p ට තිබිය හැකි අගයන් සොයා ඒ ඒ අගය සඳහා වන ඉතිරි සාධකද සොයන්න.

(ii) $14+\lambda x-8x^2+\mu x^3$ යන බහුපද ශ්‍රිතය $(x-3)(x+1)$ න් බෙදූවිට ශේෂය ශුන්‍යවන පරිදි λ,μ අගයන්න.

(iii) f(x) සහ g(x) වූ කලී 3x^2+x-2 න් f(x) බෙදූ විට ශේෂය 2x+1 ද, x^2-1 න් g(x) බෙදූවිට ශේෂය (x+2) ද, වන පරිදි බහුපද දෙකකි. f(x)+g(x) බහුපදයේ ඒකජ සාධකයක් සොයා, එම ඒකජ සාධකයෙන් f(x)g(x) බෙදූවිට ශේෂය -1 බව පෙන්වන්න.

26 (i) x^4-6x^2+k හි x^2+2 සාධකයකි. k හි අගය සොයන්න. x^4-6x^2+k හි සාධක සොයන්න.

(ii) ශේෂ ප්‍රමේයය නැවත නැවත යෙදීමෙන්, $(x+1)^2$ යනු $3x^3+7x^2+5x+1$ හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

(iii) $f(x)$ නම් බහු පදය $(x+1)(x+2)(x+3)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $a(x+2)(x+3)+b(x+3)(x+1)+c(x+1)(x+2)$ වේ. a,b,c හි අගයන් $f(-1), f(-2), f(-3)$ ඇසුරෙන් සොයන්න.

(iv) $A(x)=2x^3+\lambda x^2+11x+5$ බහු පදය $(x-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 7 වන පරිදි λ හි අගය සොයන්න. ඒනයින් $A(x)-7$ බහු පදය සාධක වලට වෙන් කරන්න.

27 (i) $f(x)=12x^3-4x^2-13x-4$ වේ. $(2x+1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න. $f(x)$ හි ඉතිරි සාධක සොයන්න.

(ii) $(x-2)$ යනු $f(x)$ වල හා $g(x)$ වල සාධකයක් වේ. $h(x)$,$(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 6 ක් වේ. තවද $R(x)=2f(x)+4g(x)+9h(x)$ වේ. $R(x)$ යන්න, $(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

(iii) x^2+1 යන්න x^4+px^3+3x+q හි සාධකයක් නම්, p හා q සොයන්න. ඒ නයින් $x^4+px^3+x^2+3x+q+1=0$ හි තාත්වික මූල ලබාගන්න.

28 (i) x වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් $(x\text{-}1)$, $(x\text{-}2)$ හා $(x\text{-}3)$ වලින් බෙදූවිට ශේෂය k, $2k$, $4k$ වේ. මෙම ප්‍රකාශනය $(x\text{-}4)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $7k$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $2x^4+x^2+px-60$ බහු පදයෙහි $(x-3)$ යන්න සාධකයකි. $P=-37$ බව පෙන්වන්න. තවදුරටත් එය $(x+1)$ න් බෙදූවිට ශේෂය සොයන්න.

(iii) $x^4+6x^3+13x^2+ax+b$ යන බහු පදය පරිපූර්ණ වර්ගයක් වන්නේ $a=12$ හා $b=4$ වන වට බව පෙන්වන්න.

(iv) $f(x)=x^3+bx^2+cx+1$ වේ. $k\neq 0$ වූ x^2+k^2 යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් නම්, $bc=1$ බව පෙන්වන්න. තව ද $f(x), x^2-k^2$ න් බෙදීමෙන් ලැබෙන ශේෂය සොයන්න.

29 (i) $f(x)=3x^4-8x^3-6x^2+24x-13$ යන්න $(x-k)^2$ ආකාරයේ සාධකයක් ඇත්නම්, k හි තාත්වික අගය සොයන්න. ඒ නයින්, $f(x)$ සාධක වලට වෙන් කරන්න.

(ii) $(x-\lambda)$ යන්න $x^3-(3\lambda+2)x^2+(2\lambda^2-1)x+6$ ප්‍රකාශනයේ සාධකයක් වීම සඳහා λ ට තිබිය යුතු අගයන් සොයන්න. λ මෙම එක් එක් අගයන් ගන්නා විට ප්‍රකාශනයේ ඉතිරි සාධක ලියා දක්වන්න.

(iii) $f(x)$ යන බහුපදය, $x^2\text{-}a^2$ $(a\neq 0)$ මගින් බෙදූවිට ලැබෙන ශේෂය $\frac{1}{2a}[f(a)-f(-a)]x+\frac{1}{2}[f(a)+f(-a)]$ වනබව පෙන්වන්න. $x^n\text{-}a^n$ යන්න $(x^2\text{-}a^2)$ බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය, n ඉරට්ටේ විට හා ඔත්තේ විට සොයන්න.

30 (i) $f(x)=5x^2+ax+b$ වේ. $f(x)$ ශ්‍රිතය $(x-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය, එය $(x+4)$ න් බෙදූ විට ශේෂයට වඩා 15 ක් අඩුය. තවද $(x+1)$ යනු $f(x-2)$ හි සාධකයක් ද වේ. a හා b සොයන්න.

(ii) $f(x)=x^5+\lambda x^3+\mu x^2+8x+5$ ප්‍රකාශනය x^2+2 න් බෙදූ විට ශේෂය $5x+7$ වේ. λ හා μ හි අගය සොයන්න.

(iii) $2x^3-3ax^2+ax+b$ බහු පදය $(x+2)$ න් බෙදූවිට ශේෂය -54 වන අතර $(x\text{-}1)$ යන්න එහි සාධකයක් වේ. a හා b හි අගයන් සොයා එය සම්පූර්ණයෙන් සාධක වලට වෙන් කරන්න. එනයින් $2x^6-9x^4+3x^2+4$ හා $4x^3+3x^2-9x+2$ සාධක වලට වෙන් කරන්න.

31 (i) සිව්වැනි මාත්‍රයේ බහුපද ශ්‍රිතයක් $(x-1)$, x හා $(x+1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය පිළිවෙලින් 4, 3 හා -4 වේ. මෙම ශ්‍රිතය $(x-1)^2$ හා $(x+1)^2$න් බෙදූ විට ශේෂයන් පිළිවෙලින් $2x+2$ හා $2x-2$ වේ. එම බහුපදය සොයන්න.

(ii) x හි බහු පදයක් $(x-a)$ මගින් බෙදූවිට ශේෂය k_1 ද $(x-b)$ මගින් බෙදූවිට ශේෂය k_2 ද වේ. $(x-a)(x-b)$ මගින් එම ශ්‍රිතය බෙදූවිට ලැබෙන ශේෂය k_1 හා k_2 මගින් සොයන්න.

(iii) a සහ b නියත නම්, $f(x)$ බහුපද ශ්‍රිතය $ax+b$ ගෙන් බෙදූ විට ශේෂය $f\left(\frac{-b}{a}\right)$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි $a \neq 0$ වේ. x^3-2x^2+x-2 යන බහුපද ශ්‍රිතය $-2x+4$ න් බෙදූවිට ශේෂය සොයන්න.

(iv) x^2+1 යන්න x^4+px^3+3x+q හි සාධකයක් නම්, p හා q සොයන්න. ඒ නයින් $x^4+px^3+x^2+3x+q+1=0$ හි තාත්වික මූල ලබාගන්න.

32 (i) x^2+2 යනු x^4-6x^2+k හි සාධකයකි. k නියතයේ අගය සොයන්න. එනයින් $x^4-6x^2=16$ හි මූල සොයන්න.

(ii) $f(x)=x^4-10x^2+p$ හි (x^2-1) සාධකයක් නම්, p හි අගය සොයන්න. p එම අගය ගන්නා විට $f(x)$ හි සාධක සියල්ලම සොයන්න. එමගින් $2x^8-20x^4+18=0$ හි විසඳුම් සොයන්න.

(iii) $f(x)$ බහු පද ශ්‍රිතය $(x-k)$ වලින් බෙදූවිට ශේෂය $f(k)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි k නියතයකි. $(x-a)(x-b)$ වලින් $f(x)$ බෙදූවිට ශේෂය $px+q$ වේ. මෙහි $a \neq b$ ද වේ. $p=\frac{f(a)-f(b)}{a-b}$ සහ

$q=\frac{af(b)-bf(a)}{a-b}$ බව සාධනය කරන්න.

33 (i) $p(x)$ සහ $Q(x)$ යන බහුපද දෙකෙහි $(x-p)$ යන්න පොදු සාධකයකි. $p(x)-Q(x)$ යන්නේ ද $(x-p)$ සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

(ii) $f(x)=2x^3+3x^2-3x+k$ වේ. මෙහි k යනු නිශ්ශුන්‍ය නිඛිලයකි. $(x-k)$ යන්න $f(x)$ හි සාදකයක් වන පරිදි k අහි අගයන් සොයන්න. තවද $f(x)$ යන්න සාධක තුනක ගුණිතයක් ලෙස දක්වන්න.

(iii) $f(x)=2x^3-x^2-5x+3$ වේ. මෙම බහුපදය $(x-2)$ න් බෙදූවිට ලැබෙන ශේෂය සොයන්න. ඒනයින් $f(x)-5$ හි සාධනයක් අපෝහනය කර $f(x)-5$ බහු පදය ඒකජ සාධක වල ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

34 (i) $f(x) \equiv x^3+(a-1)x^2-(a+6)x-6a$ ලෙස දී ඇත. $(x+a)$ යන්න $f(x)$ සාධකයක් බව පෙන්වන්න. $f(x)$ හි ඉතිරි සාධක සොයන්න.

(ii) $f(x)=4x^3-3x+k$ ප්‍රකාශනයේ $(x+1)$ සාධකයක් වේ නම්, k සොයන්න. $f(x)=(x+1)(\lambda x+\mu)^2$ ආකාරයට $f(x)$ ප්‍රකාශ කරන්න. (මෙහි λ, μ යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.)

(iii) $f(x)$ යන බහුපද ශ්‍රිතය $(x-1)(x-2)(x-3)$ මගින් බෙදූවිට ශේෂය $a(x-2)(x-3)+b(x-3)(x-1)+c(x-1)(x-2)$ වේ. $f(1)$, $f(2)$, සහ $f(3)$ මගින් a,b සහ c සොයන්න.
තවද, x^5+kx^2 යන්න $(x-1)(x-2)(x-3)$ බෙදූවිට ශේෂයෙහි x^2 පද නොමැති නම්, k හි අගය සොයන්න.

(iv) $p(x)$,x හි දෙවන හෝ වැඩි බලයක බහුපද ශ්‍රිතයකි. එය $(x-a)(x-b)$ මගින් බෙදූවිට ශේෂය $A(x-a)+B(x-b)$ වේ. A හා B සොයන්න. මෙහි $a \neq b$ වේ.

35 (i) $px^4-6x^3+qx^2+rx+28$ බහු පදය $(x-2)^2$ න් හරියටම බෙදේ. $(x+8)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 36 වේ. p,q,r සොයන්න. එම අගයන් ගන්නා විට බහු පදය $(x-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

(ii) x^2+ax-b යනු $ax^3+2bx-1$ හි සාධකයක් නම්, $a^3+b(a+2)=0$ හා $a^2b+1=0$ බව සාධනය කරන්න. තවද $b^2(a+2)=a$ බව අපෝහනය කරන්න.

(iii) $f(x)=x^3-6x^2+8x+1$ බහු පදය $(x-2)$ හි බහු පදයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න. ඒ නයින්, $f(x)$,$(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය ලියා දක්වන්න. තවද $f(x)-1$ බහු පද ශ්‍රිතය රේඛීය සාධක තුනක ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

36 (i) px^3+qx^2+rx+s යන්න x^2+a^2 නම් ශ්‍රිතයෙන් බෙදූවිට ශේෂය ශුන්‍ය නම්, $\frac{p}{q}=\frac{r}{s}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) ශේෂ ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න. $x^3+3px+q$ හි $(x-a)^2$ සාධකයක් නම්, එහි අනෙක් සාධකය $(x+2a)$ බවද $q^2+4p^3=0$ බවද පෙන්වන්න.

(iii) $h(x)=x^4-ax^3-11x^2+4(a+1)x+b$ යනු පූර්ණ වර්ගයකි. $(x+2)$ යනු $h(x)$ හි සාධකයකි. a හා b නියතයක් සොයන්න.

(iv) $x^4+2x^3+ax^2+bx+c$ ප්‍රකාශනය (x^2+x-2) න් බෙදූ විට ශේෂය ශුන්‍ය වේ. $(x+1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය -8 කි. a,b හා c අගයන්න.

37 (i) $f(x)=x^4+2x^3-x^2+px+q$ වේ. (x^2-1) මගින් $f(x)$ බෙදූවිට ශේෂය $3-2x$ නම්, p හා q අගයන් සොයන්න.

(ii) $f(x)=x^3-(5+a)x^2+(6+5a)x-6a$ නම්, $(x-a)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වා ඉතිරි සාධක ද සොයන්න. මෙහි a නියතයකි.

(iii) $f(x)$ බහු පදය $(x-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 2 වන අතර $(x-2)$න් බෙදූවිට ශේෂය 3 වේ. $f(x)$ යන්න $(x-1)(x-2)$ න් බෙදූවිට ලැබෙන ශේෂය සොයන්න. $f(x)$ බහුපදය මාත්‍රය 3 වන බහුපදයක් වන අතර x^3 හි සංගුණකය 1 බව දී ඇත. -1 යනු $f(x) = 0$ සමීකරණයේ මූලයක් නම්, $f(x)$ බහුපදය සොයන්න. $f(x) = 0$ සමීකරණයට වෙනත් තාත්වික මූල නොමැති බව පෙන්වන්න.

38 (i) $g(x)=x^4+2x^3-x^2+px+q,(x^2+2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $3x+7$ නම්, p හා q සොයන්න.

(ii) $f(x)=x^4+3x^3+2x^2+x+4$ බහු පදය (x^2+1) න් බෙදූ විට ශේෂය $3-2x$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $g(x)\equiv 2x^4-13x^3+ax^2-(a+2)x+30$ වෙයි. $g(x),2x-3$ ඒකජයෙන් බෙදීමේ දී 6 ක ශේෂයක් ලැබේ නම් a සොයන්න.

(iv) $p(x)$,$Q(x)$ බහුපද දෙකට $(x-p)$ එක් පොදු සාධකයක් නම්, $(x-p)$ යනු $[p(x)-Q(x)]$ හි සාධකයක් බව ද පෙන්වන්න. $ax^3+4x^2-5x-10$ හා ax^3-9x-2 යන බහුපද වලට එක් පොදු සාධකයක් ඇතිනම්, a=2 හෝ a=11 වන බව පෙන්වන්න.

39 (i) $ak^3+bk^2+ck+d=0$ නම්, ax^3+bx^2+cx+d හි $(x-k)$ සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

(ii) $f(x)$ බහු පදය $(x-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 5ද, $(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 7 ද වේ. $f(x)$ ශ්‍රිතය $(x-1)(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

(iii) $y=x^3+(a-1)x^2+(b-a)x-b$ ශ්‍රිතයේ $(x-1)$ යන්න සාධකයක් බව පෙන්වන්න. ඉතිරි සාධකය දක්වන වර්ගජ ශ්‍රිතය $t(x)=x^2+ax+b$ බව පෙන්වන්න.

$t(x)=(x-A)^2+B$ ආකාරයෙන් දක්වා A හා B හි අගයන් a,b ඇසුරෙන් ලියන්න. $t(x)$ හි අවමය $x=3$ වට 6 නම්, a හා b අගයන්න.

40 (i) $(x-a-b-c)$ යන්න $(x-a)(x-b)(x-c)-(a+b)(b+c)(c+a)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න. එනයින්, $(x-1)(x-2)(x+4)-18=0$ සමීකරණය විසඳන්න.

(ii) $f(x)$ යනු x හි තුන්වන මාත්‍රයේ බහු පදයකි. එය (x^2+x-2) න් බෙදූ විට ශේෂය $(5x-7)$ ද, (x^2+x-6) න් බෙදූ විට $(12x-1)$ ද වේ. $f(x)$ සොයන්න.

(iii) $f(x)=\lambda(2-k)(2+k)x^3+(k^3-8)x^2+4k^2(2-k)$ යැයි ගනිමු. $(x-2)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බව දී ඇත. λ හි අගයත් $f(x)$ හි අනෙක් ඒකජ සාධක දෙකත් සොයන්න.

41

(i) $f(x)$ බහුපදයක් $a\neq 0$ වූ $ax+b$ ඒකජයෙන් බෙදීමේදී ලැබෙන ශේෂය $f\left(\frac{-b}{a}\right)$ බව සාධනය කරන්න.

(ii) $f(x)=ax^3+bx^2+8x-5$ ප්‍රකාශනයේ $(x-1)$ හා $(x+4)$ සාධක වේ. a හා b සොයන්න. ඒනයින් $f(x)$ රේඛීය සාධක තුනක ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

(iii) $g(x)=px^2+qx+r$ යැයි ගනිමු. $g(x)$ ශ්‍රිතය පිළිවෙලින් $(x-1),(x+1)$ හා $(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂයන් 1, 25 හා 1 වේ. $g(x)$ ශ්‍රිතය සම්පූර්ණ වර්ගයක් ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

(iv) $f(x)$ යනු x හි බහු පද ශ්‍රිතයකි. $f(x)$ යන්න $(x-1)(x-2)(x-3)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $a(x-2)(x-3)+b(x-3)(x-1)+c(x-1)(x-2)$ වේ. $f(1), f(2)$ හා $f(3)$ ඇසුරෙන් a,b හා c අගයන්න.

42

(i) $\lambda,\mu\in\mathbb{R}$ ද, $g(x)=x^3+\lambda x^2-x-\mu$ යැයි ද ගනිමු. $g(1)=0$ ද, $(x+2)$ යන්න $g(x)$ හි සාධකයක් බව ද දී ඇත. λ හා μ අගයන් 2 වන බව පෙන්වන්න.
$g(x)$ යන්න $(x+2)(px^2+q)$ වන පරිදි p හා q අගයන්න.

(ii) px^3+qx^2+rx+s යන්න ශේෂයක් නොමැතිව $(x^2+\lambda^2)$ යන්නෙන් බෙදේ. $p:q=r:s$ බව සාධනය කරන්න.

(iii) $f(x)=x^3+px^2+qx+r$ බහු පදයේ $(x+2)$ හා $(x-1)$ සාධක වේ. $f(x),(x+1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය -8 වේ. p,q,r අගයන්න. $f(x)\geq 0$ වන පරිදි x හි අඩුතම ධන නිඛිලය 1 බව පෙන්වන්න.

43

(i) $f(x)=x^7+ax^2+bx+c$ යන්න $(x+1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 4 වේ. මෙය $x(x+2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $2x+3$ වේ. $a=60,b=58$ හා $c=3$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $x^2+\lambda x+1$ යන්න, x^4-12x^2+8x+3 බහු පදයෙහි සාධකයක් වන පරිදි λ හි අගය සොයන්න. එනයින් x^4-12x^2+8x+3 සාධක වලට වෙන් කරන්න.

(iii) P නියතයක් වන පරිදි $f(x)=x^3-3x^2+px+8$ යනු බහුපදයක් වේ. මෙම බහුපදය $(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 2 විය. P හි අගය සොයන්න. ඒනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් $g(x)=x^4-x-4$ වන විටදී $H(x)=f(x)+g(x)$ නම්, $H(x)=0$ හි විසඳුම් සියල්ලම සොයන්න.

44

(i) ax^3+bx+c ප්‍රකාශනයට x^2+kx+1 ආකාරයේ සාධකයක් ඇත්නම් $a^2=ab+c^2$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $f(x)$ බහු පදය (x^3-9x) න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න. මෙහි $f(0)=2, f(3)=5$ හා $f(-3)=4$ වේ.

(iii) $f(x)$ යනු සිව්වන මාත්‍රයේ බහුපද ශ්‍රිතයකි. $2x^2+1$ මෙහි සාධකයකි.
$f(1)=9, f(-1)=-3, f(2)=180$ නම්, $f(x)$ සොයන්න.

(iv) $f(x)=x^4+ax^3+6x+c$ යන x හි බහු පදය $(x^2-1)(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය ශූන්‍ය වන පරිදි a,b,c සොයන්න. තවදුරටත් $f(x)$ සාධක වලට වෙන් කර දක්වන්න. $2f(x+1)=x^2+x-2$ සමීකරණයේ විසඳුම් සොයන්න.

45

පහත සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $x^3-7x^2+19x=13$
(ii) $5x^3+31x^2+31x+5=0$
(iii) $x^4-6x^3+3x^2+26x-24=0$
(iv) $x^3-3x^2-10x+24=0$
(v) $x^3-x^2(5+a)+x(6+5a)-6a=0$
(vi) $x^5-4x^4+3x^3+3x^2-4x+1=0$
(vii) $x^3+3x^2-4=0$
(viii) $x^3+13x^2+55x+75=0$
(ix) $x^4+4x^3-x^2-4x=0$
(x) $x^4-x^3-5x^2-7x-84=0$
(xi) $x^4+5x^3+14x^2+40x+48=0$
(xii) $x^5-x^4-6x^3-8x^2+8x+48=0$
(xiii) $x^6-9x^3+8=0$
(xiv) $x^7-2x^5-x^4+x^3+2x^2-1=0$
(xv) $x^8-8x^6+22x^4-18x^2+9=0$

46 (i) $f(x)=3x^4+2x^3-6x^2-6x+p$ වේ. $f(x)$ බහු පදයෙහි $(x-\alpha)^2$ සාධකයක් වේ. α ධන නිඛිලයකි. p හා α සොයන්න.

(ii) $f(x)$ බහු පදය $(x-k)^2$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය $A(x-k)+B$ බව ශේෂ ප්‍රමේයය නැවත නැවත යෙදීමෙන් පෙන්වන්න. A හා B යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

(iii) $g(x)$ යන බහුපද ශ්‍රිතය $(x+3)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 8 වන අතර $(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 3 වේ. $g(x)$ යන්න (x^2+x-6) න් බෙදූ විට ශේෂය, ශේෂ ප්‍රමේයය නැවත නැවත යෙදීමෙන් සොයන්න.

---

47 (i) හතරවැනි මාත්‍රයේ බහුපද ශ්‍රිතයක් $(x-2),(x+2),x$ වලින් බෙදූ විට ශේෂය පිළිවෙලින් 5,6,-4 වේ. ශ්‍රිතය $(x-1)^2$ හා $(x+1)^2$ න් බෙදූ විට ශේෂය $2(x+1)$ හා $2(x-1)$ වේ. ඉහත කරුණු භාවිතයෙන් හතරවැනි මාත්‍රයේ බහුපදය සොයන්න.

(ii) $f(x)$ බහු පද ශ්‍රිතය $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$ මගින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය $A(x-\alpha)(x-\beta)+B(x-\alpha)+c$ වන බව පෙන්වන්න. මෙහි A,B, හා C යනු නිර්ණය කල යුතු නියත වේ.

(iii) x^3+ax^2+b සහ ax^3+bx^2+x-a යන බහු පද දෙකට පොදු ඒකජ සාධකයක් පවතී නම්, එම පොදු සාධකය $(b-a^2)x^2+x-a(1+b)$ බහු පදයේ ද සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

(iv) $P(x)=1-3x+2x^2-2x^3+3x^4+x^5$ වේ. $P(x),(x^2-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $-2(2x-3)$ බව පෙන්වන්න. $P(x)$ යන්න (x^2+1) න් බෙදූ විට ශේෂය 2 බව පෙන්වන්න. ඒනයින් $P(x)-2$ යන්න රේඛීය සාධක තුනක හා එක් වර්ගජ සාධකයක ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

---

48 (i) ශේෂ ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් $x^4-2x^3+2x^2-3x-9$ බහු පදය (x^2-3x+2) මගින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය සොයන්න.

(ii) px^3+qx^2+rx+s බහු පදය $(x-1)(x+1)$ හා $(x-2)(x+2)$ න් බෙදූ විට ශේෂයන් පිළිවෙලින් $(5x-2)$ හා $11(x-1)$ නම් p,q,r,s අගයන්න.

(iii) $f(x)$ බහුපද ශ්‍රිතය $(x-\alpha)(x-\beta)$ මගින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය $\dfrac{(x-\alpha)f(\beta)-(x-\beta)f(\alpha)}{\beta-\alpha}$ බව පෙන්වන්න. ඒනයින්, $x^4+x^3-3x^2+2x-4$ බහු පදය (x^2-1) න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

---

49 (i) $x^4+ax^3+5x^2+bx+4$ යන්න වර්ගජ ප්‍රකාශනයක පූර්ණ වර්ගයක් නම්, a හා b අගයන්න.

(ii) $f(x)=x^4+4x^3+5x^2+2x-4$ යන්න, මාත්‍රය දෙක වන බහු පදයක, වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් ලෙස ලියන්න. එමගින් $f(x)$ සාධක වලට වෙන් කරන්න.

(iii) x^m+n බහු පදය x^2+x-2 න් බෙදූ විට ශේෂය $2(x+3)$ වේ. m හා n සොයන්න.

---

50 (i) $f(x)$ යනු x හි සිව්වන මාතයේ බහුපද ශ්‍රිතයකි. එය (x^2+1) න් බෙදූ විට ශේෂය ශුන්‍ය වන අතර, $(x-1)(x^2-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $2(3-5x)$ වේ. $f(x)$ සොයන්න.

(ii) $x-9$ යන්න $(px-q)^2-x$ හි සාධකයක් නම්, $9p+q=3$ හෝ $9p+q=-3$ බව පෙන්වන්න. $(x-1)$ ද මෙහි සාධකයක් නම් p හා q හි අගයන් සොයන්න.

(iii) $f(x)=x^4-bx^3-11x^2+4(b+1)x+a$ ප්‍රකාශනයෙහි $(x+2)$ යනු සාධකයකි. තවද $f(x)$ යනු පරිපූර්ණ වර්ගයකි. a හා b අගයන්න. තවදුරටත් $f(x)$ ප්‍රකාශනය පරිපූර්ණ වර්ගයක් වන බහු පද ශ්‍රිතය සොයන්න.

51 (i) $12x^4+10x^2$ යන්න ay^2+By+c ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි A,B,C නියතයක් සොයන්න. තවද $y=2x^2+1$ වේ.

(ii) $2x^3+5x^2+px+q$ බහු පදය x^2+x-1 න් බෙදූ විට ශේෂය $3x+11$ නම්, p හා q අගය සොයන්න. x^2+x-1 යන්න ඉහත බහු පදයේ සාධකයක් නම්, p හා q සොයන්න.

(iii) $f(x)$ යනු තුන්වන මාත්‍රයේ බහු පදයක් වන අතර $x=-1$ හා $x=2$ දී $f(x)=0$ වේ. $f(0)=8$. තවද $f(x)$ බහු පද ශ්‍රිතය $(3x+1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $\frac{70}{9}$ කි. $f(x)$ සොයන්න.

52 (i) $(x-3)$ න්, $x^2-(2a+1)x-2$ බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂයත්, $(x-2)$ න්, ax^2-3x-6 බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂයත් සමාන නම් a හි අගය සොයන්න.

(ii) $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ වේ. $(x-2)$ යන්න මෙහි සාධකයක් වන අතර, $(x-3)$ හා $(x+1)$ න් $f(x)$ බෙදූ විට ශේෂයන් පිළිවෙලින් 14 හා 8 වේ. $f(x)$ බහු පදය සොයන්න.

(iii) $f(x)=2x^4+(3k-4)x^3+(2k^2-5k-5)x^2+(2k^3-2k^2-3k-6)x+6$ වේ. $(x-k)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් නම්, එවිට k හි අගයන් සොයන්න. k හි එක් එක් අගයට අනුරූප $f(x)$ හි ඉතිරි සාධකය ද සොයන්න.

(iv) x^3+px^2+q හා ax^3+bx+c ශ්‍රිත දෙකටම $(x+1)$ සාධකයකි. $apx^2-bx+qa-c$ ශ්‍රිතයේ ද එය සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

53 (i) $g(x)=2x^3-x^2-2x+\lambda$ වේ. $g(x)$ යන්න $(x-\lambda)$ න් ඉතිරි නැතිව බෙදේ. λ සොයන්න. (මෙහි λ යනු නිශ්ශුන්‍ය නිඛිලයකි) තවදුරටත් $g(x)$ යන්න x හි රේඛීය සාධක තුනක ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

(ii) $4x^3-(3k+2)x^2-(k^2-1)x+3$ හි එක් සාධකයක් $(x-k)$ වන පරිදි k පැවතිය හැකි අගයන් සොයන්න. k හි එක් එක් අගයට සමාන අනෙකුත් සාධක සොයන්න.

(iii) බහු පද පිළිබඳව ශේෂ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න. $f(x)$ යනු මාත්‍රය තුන වන බහු පද ශ්‍රිතයකි. එය $(x-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 5ක් වේ. එවිට $f(x)$ බහු පදය $(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 7කි. ශේෂ ප්‍රමේයය නැවත නැවත යෙදීමෙන්, $f(x)$ බහු පදය (x^2-3x+2) න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

54 (i) $f(x)$ බහු පද ශ්‍රිතය $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\lambda)$ මගින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය px^2+qx+r නම්, p,q,r අගයන් α,β,λ ඇසුරෙන් සොයන්න.

(ii) $h(x)=x^7+ax^2+bx+c$ වේ. $h(x)$ බහුපද ශ්‍රිතය $(x+1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය -4 වේ. එය $x(x+2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $3x+4$ වේ. a,b හා c අගයන්න.

(iii) kx^3-x^2-x+5 බහු පදය $(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය, එය $(x+1)$ න් බෙදූ විට ශේෂයට වඩා 5කින් වැඩිය. $k=\frac{11}{9}$ බව පෙන්වන්න.

55 (i) $f(x)=x^3-\lambda x+\mu$ බහුපද ශ්‍රිතය $(x-2)(x-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $(4x-1)$ වේ. $\lambda=3$ හා $\mu=5$ බව පෙන්වන්න.

(ii) m යනු ඉරට්ටේ නිඛිලයක් වන විට x^m+nx යන බහු පදය (x^2-x-2) න් බෙදූ විට ශේෂය $7x+6$ වේ. $m=4$ හා $n=2$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $x^2+\lambda x+1$ යනු ax^5+bx^2+c හි සාධකයක් නම් එවිට $(a^2-c^2)(a^2-c^2+bc)=a^2b^2$ බව සාධනය කරන්න. ඉහත අවශ්‍යතාව සපුරන විට $x^2+\lambda x+1$ යන්න cx^5+bx^2+a හි ද සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

56 $f(x) \equiv x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ ලෙස දී ඇත.

(a) $(x-1)$ හෝ $(x+1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් නොවන බව පෙන්වන්න.

(b) $f(x)$ යන්න (x^2-1) න් බෙදූවිට ලැබෙන ශේෂය සොයන්න.

(c) $f(x)$ යන්න (x^2+1) න් බෙදූවිට ශේෂය 2 බව පෙන්වා, එනයින් $f(x)-2$ හි සාධක සොයන්න.

57 $f(x)=x^n-a^n$ නම් $(x-a)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

තව ද $f(x)=(x-a)(x^{n-1}+a^2x^{n-3}+.........+a^{n-1})(n\in z^+)$ බව ද පෙන්වන්න.

එමගින් x^n-1 හි සාධක සොයා 10^n-1 පූර්ණ සංඛ්‍යා සියල්ල 9න් බෙදිය හැකි බව පෙන්වන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතාකොට n ඔත්තේ සංඛ්‍යා සඳහා වන 10^n+1 පූර්ණ සංඛ්‍යා 11 න් බෙදිය හැකි බව පෙන්වන්න.

58 $f(x)$ යනු වර්ගජ බහු පදයකි. එය $(x-1),(x-2)$ හා $(x-3)$ න් බෙදූ විට ශේෂයන් පිළිවෙලින් $3,\frac{3}{2},1$ වේ. තවද $g(x)+3=xf(x)$ වේ. $(x-1),(x-2)$ හා $(x-3)$ යනු $g(x)$ හි සාධක බව පෙන්වන්න.

එනයින් $g(x)$ බහු පද ශ්‍රිතය සොයන්න.

59 $f(x)=x^8-1$ ද, $g(x)=x^4-4x^3+ax^2+bx+5$ ද වේ.

(i) $(x-1)$ හා $(x+1)$ යනු $f(x)$ හි සාධක බව පෙන්වන්න.

(ii) $g(x)$ ශ්‍රිතය (x^2-1) න් බෙදූ විට ශේෂය $2x+3$ වේ. a හා b සොයන්න.

(iii) a හා b අඉහත අගයන් ගන්නා විට $3f(x)+4g(x)$ යන්න $(x-1)(x+1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

60 $f(x)$ යනු මාතය තුන වන බහුපද ශ්‍රිතයකි. එය $(2x+1)^3$ න් ඉතිරි නැතිව බෙදේ. $(x-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 36 ද, $(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය -25 ද වේ. $f(x)$ ශ්‍රිතය සොයන්න.

$g(x)=(px+q)^2.f(x)$ වේ නම්ද, $(x-1)^2$ න් $g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය $-3(x-13)$ ද නම්, $g(x)$ සොයන්න.

61 සංස්ලේශ බෙදීම භාවිතා කර, n ඔත්තේ නිඛිල සඳහා x^n+k^n යන්න $(x+k)$ න් බෙදූ විට ශේෂය ශූන්‍ය බව පෙන්වන්න. තවද එහි ලබ්ධිය ද ලබා ගන්න. එනයින්, n ඔත්තේ සංඛ්‍යා සඳහා (2016^n+1) යන්න 2017 න් බෙදිය හැකි බව පෙන්වන්න.

62 x^2+px+1 යනු ax^5+bx^2+c හි සාධකයක් නම්, එවිට $(a^2-c^2)(a^2-c^2+bc)=a^2b^2$ බව සාධනය කරන්න.

එවිට x^2+px+1 යන්න cx^5+bx^3+a හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

63 $f(x)$ යනු x හි හතරවන මාත්‍රයේ බහු පදයකි. $(x-1)$ යනු $f(x)$ හි සාධකයක් වන අතර $f(x),(x+1)^2$ න් බෙදූ විට ශේෂය $-4(2x+1)$ වේ.

$f(x),(x+1)$ න් බෙදූවිට ශේෂය 2කි. $f(x)$ හි සියළු තාත්වික සාධක නිර්ණය කරන්න.

64 $f(x)=x^4+ax^3+4x^2+bx+c$ යැයි ගනිමු.

(i) $f(x)$ හි අනුයාත බල වල සංගුණක ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පිහිටයි,

(ii) $f(x)-16,(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය ශූන්‍ය වේ, නම්

$f(x)$ බහු පදයක් පවතින පරිදි $a,b,$ හා c අගයන්න.

ශරීරයෙන් දක්වන වීරකම තිරිසන් සතුන්ටද ඇත.ශික්ශනයෙන් යුතු වීරකම බොහෝ සෙයින් උසස්ය.

65 ශේෂ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.
$f(x)$ යනු x හි බහු පද ශ්‍රිතයකි. ශේෂ ප්‍රමේයය නැවත නැවත යෙදීමෙන් $f(x)$ බහු පදය $(x-p)(x-q)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $A(x-p)+B(x-q)$ ආකාරයට වන පරිදි A,B සොයන්න. මෙහි p හා q යනු තාත්වික නියත වේ.
ඒ නයින් $x^4+3x^3-2x^2+x-3$ යන්න $(x+2)(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න. තවද $(x-1)$ යන්න මෙහි සාධකයක් බව ද පෙන්වන්න.

66 $f(x)$ යනු තුන්වන මාත්‍රයේ බහු පදයකි. එයට පහත සඳහන් ලක්ෂණ ඇත.
(i) $x+3$ හි සාධකයකි.
(ii) $f(x)-12, x$ මගින් ඉතිරි නැතිව බෙදේ.
(iii) $g(x)=2x^2-11x+13$ විට $[f(x)-g(x)]$ බහු පදය $(x-1)$ හි පුනරාවර්තන සාධකවලින් පමනක් ප්‍රකාශ කළ හැක.
වීජීය ක්‍රමයක් මගින් $f(x)$ සොයන්න.

67 $f(x)$ වර්ගජ බහු පදයක් යැයි ගනිමු. $f(x)$ යන්න $(x-1),(x-2)$ හා $(x-3)$ න් බෙදූ විට ශේෂය පිළිවෙලින් p,q,r වේ. $(x-1),(x-2)$ හා $(x-3)$ යනු $h(x)$ හි සාධක වේ නම්, p,q හා r සොයන්න. මෙහි $h(x)=xf(x)+8$ වේ.

68 x^3+px^2+q හා ax^3+bx+c යන දෙකට $(x+1)$ පොදු සාධකයක් නම්, එය $apx^2-bx+(aq-c)$ හිද සාධකයක් වන බව පෙන්වන්න.
$x^3+\sqrt{7}x^2-14\sqrt{7}$ හා $2x^3-13x-\sqrt{7}$ යනු බහුපද දෙකට පොදු සාධකයක් ඇති බව පෙන්වන්න.

69 $A(x)=x^3+(p-1)x^2+(q-p)x-q$ ලෙස බහු පද ශ්‍රිතයක් පවතී. මෙහි p හා q යනු තාත්වික නියත වේ. $(x-1)$ යන්න $A(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වා, එහි අනෙක් වර්ගජ සාධකය $B(x)=x^2+px+q$ බව පෙන්වන්න. $B(x)=(x-\lambda)^2+\mu$ වන පරිදි λ හා μ හි අගයන් a හා b ඇසුරෙන් සොයන්න.
$B(x)$ හි අවම අගය $x=4$ විට 8 නම්, p හා q අගයන්න.

70 $q(x)$ යනු මාතය දෙකට වැඩි x හි බහු පදයකි. ශේෂ ප්‍රමේයය නැවත නැවත යෙදීමෙන් $(x-1)(x-2)$ යන්නෙන් $f(x)$ බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය $\lambda(x-1)+\mu$ ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි λ,μ යනු නියත වේ.
පිළිවෙලින් $(x-1),(x-2)$ යන්නෙන් $g(x)$ බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂ a,b නම්, a හා b ඇසුරෙන් λ,μ සොයන්න. එනයින් $g(x)=x^2(A+x^3)$ බහු පද ශ්‍රිතය $(x-1)(x-2)$ න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂයේ නියත පද නැත්නම් A හි අගය අපෝහනය කරන්න.

71 භින්න භාග වලට වෙන් කර දක්වන්න.

(i) $\dfrac{x-1}{(x+1)(x+3)}$ (ii) $\dfrac{x+5}{(x-1)(x-3)}$ (iii) $\dfrac{1}{(x-1)(x+3)}$ (iv) $\dfrac{x}{(2x-1)(x+1)}$

(v) $\dfrac{2x+1}{x(x-1)(x+3)}$ (vi) $\dfrac{x+3}{(x-2)(x+4)}$ (vii) $\dfrac{x^2-3}{(x-1)(x^2+1)}$ (viii) $\dfrac{x^2-2x+4}{2x(x-3)(x+1)}$

(ix) $\dfrac{2}{(x-1)(x^2+1)}$ (x) $\dfrac{x-7}{(x-2)^2(x+4)}$ (xi) $\dfrac{x^2-8}{(x+1)^2(x+5)}$ (xii) $\dfrac{x^2-5x+2}{(x+3)(x+4)(x+5)}$

72 භින්න භාග වලින් ප්‍රකාශ කරන්න.

(i) $\dfrac{x^2+3}{x(x^2+2)}$ (ii) $\dfrac{(x-2)(2x+3)}{(x^2-9)(x-1)}$ (iii) $\dfrac{2}{(x^2-1)(x+3)}$ (iv) $\dfrac{x^2+x+1}{(x^2-1)(x^2+1)}$

(v) $\dfrac{x^2+6x+5}{x(x-2)(2x+1)}$ (vi) $\dfrac{16x}{(x^4-16)}$ (vii) $\dfrac{x}{(x-1)(x^2+x+1)}$ (viii) $\dfrac{x^3+5}{(x^2+1)^2(x+2)}$

(ix) $\dfrac{x^3}{(x-1)(x-2)^3}$ (x) $\dfrac{2x+3}{x(x^2+3x+2)}$ (xi) $\dfrac{x^3+3}{(x^2-25)}$ (xii) $\dfrac{x^5}{(x^2+4)^2}$

73 භින්න භාග වලට වෙන් කර දක්වන්න.

(i) $\dfrac{x+1}{(x-1)(x^2-4)}$ (ii) $\dfrac{x-1}{(x+2)(9-x^2)}$ (iii) $\dfrac{5-7x}{(2x^3-x^2-2x+1)}$ (iv) $\dfrac{x^2}{(x^3-2x^2+2x-1)}$

(v) $\dfrac{x-1}{(x+1)(x^2+1)}$ (vi) $\dfrac{1-3x}{x(x-2)}$ (vii) $\dfrac{-x}{(x^2+1)(x^2+x+1)}$ (viii) $\dfrac{3}{(1-x^3)}$

(ix) $\dfrac{x^2+2x+8}{(x-1)(x+5)^2}$ (x) $\dfrac{9x^2+35x+1}{(x+2)(x^2+3x+2)}$ (xi) $\dfrac{8x^2+16x+51}{(2x+3)(x+1)^2}$ (xii) $\dfrac{6x^2+9x+21}{x^3+3x^2+9x-13}$

74 භින්න භාග වලින් ප්‍රකාශ කරන්න.

(i) $\dfrac{x^2}{(x-1)(x-2)(x-3)}$ (ii) $\dfrac{x^2+2}{(x-2)(x-1)}$ (iii) $\dfrac{x^2+4x+1}{x^3-3x+2}$ (iv) $\dfrac{1}{(x-1)^2(x+2)}$

(v) $\dfrac{2x+5}{(x-1)(x+2)^2}$ (vi) $\dfrac{-3x^3+2x-3}{x^2(x^2-1)}$ (vii) $\dfrac{x^3+8}{x^3+4x}$ (viii) $\dfrac{7x+3}{(x+1)(x-2)(x+2)^2}$

(ix) $\dfrac{x^2+2x+8}{x(x+1)^3}$ (x) $\dfrac{x^2+5}{(x+1)(x^2+3)}$ (xi) $\dfrac{x-11}{(x+3)(x+1)^2}$ (xii) $\dfrac{px^2+px+r}{(x+a)(x-a)^3}$

75 භින්න භාග ලෙස වෙන් කර දක්වන්න.

(i) $\dfrac{x^3}{x^2-3x+2}$ (ii) $\dfrac{x^3}{(x+2)(x-1)^2}$ (iii) $\dfrac{x}{(x-3)(x^2+x+1)}$ (iv) $\dfrac{x^4+1}{x(x-1)}$

(v) $\dfrac{x^2+11x+5}{x^2(x+1)^2}$ (vi) $\dfrac{x^3+8}{(x-2)^3}$ (vii) $\dfrac{x^2-x-1}{x^2(x^2+1)}$ (viii) $\dfrac{x^2-3x+15}{(x+2)(x-3)^2}$

(ix) $\dfrac{x^2-2x+3}{(x^2+1)(x^2+3)}$ (x) $\dfrac{7x-5}{(x^2+1)(x+3)^2}$ (xi) $\dfrac{r-1}{r(r+1)(r+2)}$ (xii) $\dfrac{(x+p)(x+q)}{(x-a)(x-b)(x-c)}$

කළ නොහැකි දෙයක් මෙලොව නැත.අවශ්‍ය වන්නේ ප්‍රමාණවත් බුද්ධිය හා කාර්යක්ෂමතාවය පමණි.

76 භින්න භාග වලින් ප්‍රකාශ කරන්න.

(i) $\frac{x^4+8}{x^3(x-2)}$ (ii) $\frac{x+7}{(x^2+1)(x-2)^2}$ (iii) $\frac{x^4+2x^3+2x+5}{1+x^3}$ (iv) $\frac{x^4+8}{x^3(x-2)}$

(v) $\frac{1-x}{x(1+x^3)}$ (vi) $\frac{x^4+2x^3+2x+5}{1+x^3}$ (vii) $\frac{(x+5)(x+2)}{x(x-1)(x-2)}$ (viii) $\frac{x^3+64}{(x+3)^3}$

(ix) $\frac{2x^3-x+8}{(x^2+2)^2(x-1)}$ (x) $\frac{(x-2)^4}{(x+2)^3}$ (xi) $\frac{x(3x^3+1)}{(x^4-2x^2+1)}$ (xii) $\frac{x^5}{(x-1)(x^2+4)^2}$

77 සුදුසු ආදේශයක් යෙදීමෙන්, භින්න භාග වලට වෙන් කරන්න.

(i) $\frac{x^2+1}{(x^2+3)(x^2+2)}$ (ii) $\frac{x+3}{(x-1)^3}$ (iii) $\frac{1-2\sin x}{\sin 3x}$ (iv) $\frac{4x\ +3}{(2x-1)^3(4x-1)}$ (v) $\frac{3x^2-12x-5}{(x^2-4x)^2-25}$

78 (i) $y=(x-a)$ යෙදීමෙන්,

$\frac{px^2+qx+r}{(x-a)^3}=\frac{p}{(x-a)}+\frac{2pa+q}{(x-a)^2}+\frac{pa^2+qa+r}{(x-a)^3}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $f(x)=3x^4-2x^3-x^2-x+2$ හා $g(x)=x^3+1$ ලෙස දී ඇත. $\frac{f(x)}{g(x)}$ ලබා ගන්න.

එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් $\frac{f(x)}{g(x)}$ භින්න භාග වලට වෙන්කර දක්වන්න.

79 (i) $\frac{1}{(1-ax)(1-bx)}$ යන්න ප්‍රභින්න භාග වලට වෙන් කරන්න. මෙහි $x\neq\frac{1}{a},\frac{1}{b}$ වේ.

ඒනයින් $\frac{1}{(1-ax)^2(1-bx)}$ හි ප්‍රභින්න භාග සොයන්න. තවද $\frac{1}{(x-1)^2(x+3)}$ හි භින්න භාග අපෝහනය කරන්න.

(ii) $\frac{x-2}{(x+2)(x-4)^2}=\frac{p}{(x+2)}+\frac{px+r}{(x-4)^2}$ වන පරිදි p,q,r අගයන්න. එනයින් $\frac{x-2}{(x+2)(x-4)^2}$ සඳහා භින්න භාග ලබාගන්න.

80 (i) $\frac{(1+x)(1+2x)(1+3x)}{(1-2x)(1-3x)(1-4x)}=-A+\frac{B}{(1-2x)}-\frac{C}{(1-3x)}+\frac{D}{(1-4x)}$ වන පරිදි A,B,C,D අගයන්න.

(ii) $\frac{x^3}{(x-a)(x-b)}$ භින්න භාග සොයන්න. එනයින් $a\neq b\neq c$ නම්,

$a+b+c=\frac{a^3}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^3}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^3}{(c-a)(c-b)}$ බව පෙන්වන්න. තවද

$a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)$ හි සාධක අපෝහනය කරන්න.

81 (i) $\frac{1}{(x-2)(x-1)^3}=\frac{K}{(x-2)}+\frac{f(x)}{(x-1)^3}$ වන සේ K නියතයක් හා $f(x)$ සොයන්න. $f(x)$ යන්න $(x-1)$ හි බහු පදයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න. ඒනයින් $\frac{1}{(x-2)(x-1)^3}$ භින්න භාග සොයන්න.

(ii) $\frac{100}{x^2(10-x)}$ හි භින්න භාග සොයන්න. එනයින් $\frac{100}{(10-x)^2x}$ හිද, භින්න භාග අපෝහනය කරන්න.

82 (i) $a \neq b$ විට $\dfrac{x^2}{(x-a)(x-b)}$ යන්න භින්න භාග වලට වෙන් කරන්න. එනයින් $a \neq b \neq c$ වන විට

$\dfrac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \dfrac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \dfrac{c^2}{(c-a)(c-b)} = 1$ වන බව අපෝහනය කරන්න.

(ii) $\dfrac{1}{(x-3)(x-4)}$ හි භින්න භාග සොයන්න. එනයින්, $\left|\dfrac{1}{(x-3)(x-4)}\right|$ හි භින්න භාග අගයන්න.

---

83 $\dfrac{9x^3-24x^2+48x}{(x-2)^4(x+1)} \equiv \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{f(x)}{(x-2)^4}$ වන විට A හා f(x) සොයන්න.

$y=(x-2)$ ආදේශය භාවිතයෙන් $\dfrac{x^3+16}{(x-2)^4}$ හි භින්න භාග සොයන්න.

$\dfrac{9x^3-24x^2+48x}{(x-2)^4(x+1)} \equiv \dfrac{-1}{x+1} + \dfrac{1}{x-2} + \dfrac{6}{(x-2)^2} + \dfrac{12}{(x-2)^3} + \dfrac{24}{(x-2)^4}$ බව පෙන්වන්න.

---

84 $\dfrac{1}{(1-px)(1-qx)(1-rx)} = \dfrac{\lambda}{(1-px)} + \dfrac{\mu}{(1-qx)} + \dfrac{\alpha}{(1-rx)}$ වන පරිදි λ, μ හා α සොයන්න.

ඒ නයින් $\dfrac{p^2}{(p-q)(p-r)} - \dfrac{q^2}{(p-q)(q-r)} = 1 + \dfrac{r^2}{(p-r)(r-q)}$ බව පෙන්වන්න.

අසමානතා

---

85 පහත දැක්වෙන අවශ්‍යතාවයන් තෘප්ත කරන ං හි අගය පරාසය සොයන්න.

(i) $(x-2)(x-3)>0$ (ii) $x(x+2)(x-3)\le 0$ (iii) $(x-1)(x^2-4)\ge 0$

(iv) $(x-2)^2(x+3)(x-1)<0$ (v) $x^2-4x\ge 5$ (vi) $x^2\ge x+6$

(vii) $x^3-4x^2+x+6>0$ (viii) $x^3-x^2-4x+4\le 0$ (ix) $5<3x-1<8$

(x) $6x^2-13x+6>0$ (xi) $x^2-2x>(x+2)$ (xii) $(x-1)^2(2x-1)(x+5)>0$

(xiii) $x^3>27+(x^2-9)x$ (xiv) $(x^2-5x+6)(x^2-3x+2)\le 0$

(xv) $(2x^2-5x+2)(4x^2-1)\le 0$

---

86 පහත අසමානතා සපුරන ං හි අගය පරාසය සොයන්න.

(i) $(x-4)<x(x-4)\le 5$ (ii) $(x-2)\le x(x-2)<15$ (iii) $x^4-6x^3+3x^2+26x-24\ge 0$

(iv) $x+6<x^2<9$ (v) $(x^2-1)(x^2-2x+5)\ge 0$ (vi) $(x^2-5x+6)(x^2+4x+8)\ge 0$

(vii) $3(4-3x)+2x<5(x+2)-6$ (viii) $x^3-3x^2-x+3\ge 0$ (ix) $4x-1<3x\le 12-x$

(x) $(x-4)<x(x-4)\le 5$ (xi) $(x^3-1)(x^3+1)\ge 0$ (xii) $-8<5-2x<12$

(xiii) $x^6+8-9x^3\le 0$ (xiv) $4x^4\le(x-1)^4$ (xv) $x^7-2x^5-x^4+x^3+2x^2-1\le 0$

---

87 පහත අසමානතාවයන් සපුරන ං හි අගය කුලකය සොයන්න'

(i) $2<\dfrac{2x-1}{3}\le 5$ (ii) $-1\ge\dfrac{3-x}{2}>2$ (iii) $\dfrac{x-3}{x+1}\le 2$ (iv) $\dfrac{x(x-3)}{x-1}<0$

(v) $\dfrac{(x-3)(2x-1)}{(x-4)}\ge 0$ (vi) $\dfrac{x^2-5x+6}{(x-1)^2}>0$ (vii) $\dfrac{x^2-x-6}{x^2-1}\le 0$ (viii) $\dfrac{(x-1)(x^2+x+3)}{(x+2)}>0$

(ix) $\dfrac{12}{x+1}<x$ (x) $\dfrac{1}{x-1}>\dfrac{2}{x+3}$ (xi) $\dfrac{5}{2x-3}<\dfrac{4}{(x+1)}$ (x ii) $\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{2}{x-3}>\dfrac{3}{x-2}$

(xiii) $\dfrac{3x^2+5x-2}{4x^3-3x-1}>0$ (xiv) $\dfrac{x^3-x}{x^2+3x+2}\le 0$ (xv) $\dfrac{x^2+9x-20}{x^2-11x+30}+1\ge 0$ (xvi) $\dfrac{x^2-2x+5}{3x^2-2x-5}>\dfrac{1}{2}$

88 පහත අසමානතා තෘප්ත කරන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

(i) $\frac{x-8}{x^2-2}\le 1$ (ii) $\frac{2(x-2)}{x+3}\ge\frac{x+2}{2(x+3)}$ (iii) $\frac{3}{x}+\frac{x}{2}<0$ (iv) $\frac{(x+1)(x+3)}{x}>\frac{x+6}{3}$

(v) $\frac{12}{x-3}>x+1$ (vi) $\frac{1}{5x^2-2x-7}<\frac{5}{13}$ (vii) $\frac{2x^2+x-1}{x^3+x^2+x-3}\le 0$ (viii) $\frac{1}{x+1}+\frac{2}{x+3}\ge\frac{3}{x+2}$

(ix) $\frac{x^2+4x-12}{x^2-x-6}\ge -1$ (x) $\frac{x^3-1}{3-x}\le 0$ (xi) $\frac{x-1}{x^3-15x^2+74x-120}\ge 0$ (xii) $\frac{x^2+x+3}{x(x^2-9)}>0$

(xiii) $\frac{1}{1-6x+9x^2}\ge 0$ (xiv) $0\le\frac{(x+2)^2}{x^2+x+1}\le 4$ (xv) $\frac{(x^2-x+1)(x^2+2x-3)(x-4)}{x(x+9)}\ge 0$

89 (i) x^2+x+1 යන ප්‍රකාශනය සියළු x අගයන් සඳහා ධන වන බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $\frac{x^3-1}{x-2}<0$ වන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

(ii) $f(x)=\frac{(x-1)(x-5)}{(x-3)}$ ලෙස දී ඇත. $-3\le f(x)\le 3$ වන x හි අගය පරාසය වනුයේ $-1\le x\le 2$ හෝ $4\le x\le 7$ බව පෙන්වන්න.

90 (i) $\frac{2}{x-1}<x<\frac{3}{x-2}$ අසමානතාවය තෘප්ත වනුයේ $2<x<3$ විට දී පමණක් බව සාධනය කරන්න.

(ii) $f(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}$ ලෙස දී ඇත. $f(x)<\frac{1}{x}$ වන සේ වූ x හි අගය පරාසය $-2<x<-1$ හෝ $x>0$ වන බව පෙන්වන්න.

91 (i) p තාත්වික සංඛ්‍යාවක් නම්, $p(1-p)\le\frac{1}{4}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $a>0$ නම්, $a^3-a^2\ge a^{-2}-a^{-3}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $a>0$ නම්, $a+\frac{1}{a}\ge 2$ බව පෙන්වන්න.

(iv) a හා b ධන තාත්වික සංඛ්‍යා විට, $a^2+b^2\ge 2ab$ බව හා $a^3+b^3\ge ab^2+a^2b$ බව පෙන්වන්න.

(v) x යනු එකට අසමාන ඕනෑම ධන සංඛ්‍යාවක් නම්. $\frac{x^3-1}{3}>\frac{x^2-1}{2}>x-1$ බව සාදනය කරන්න.

92 (i) a,b,c තාත්වික ධන සංඛ්‍යා නම්, $a^2+b^2+c^2\ge bc+ca+ab$ බව පෙන්වන්න. සමානතාවය පවතින්නේ කුමන අවස්ථාවේ ද?

(ii) a හා b තාත්වික නම් $(a^2+b^2)(a^4+b^4)\ge(a^3+b^3)^2$ බව සාධනය කරන්න.

(iii) සියළු x හා y සඳහා $x^2+y^2-4x\ge 6y-13$ බව සාධනය කරන්න.

(iv) a,b යනු ධන සංඛ්‍යා ද $a+b=4$ ද වේ නම්, $a^2+b^2+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\ge\frac{17}{2}$ බව දක්වන්න.

(v) x හි සියළු අගයන්ට, $x^2+x+1>0$ බව පෙන්වන්න. $(x+1)(x^3+1)\le 2(x^4+1)$ බව අපෝහනය කරන්න.

93 අර්ථ දැක්වීම, ප්‍රස්ථාරික ක්‍රමය හෝ වර්ග කිරීම මගින් පහත අසමානතා තෘප්ත කරන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

(i) $|x+1|>3$ (ii) $|2x-1|<3x+8$ (iii) $|2-x|>1-x$ (iv) $|3x-4|>2-5x$

(v) $|3x-1|\le|x-1|$ (vi) $|x|>|x^2-2|$ (vii) $|x-1|+|x+1|\le 3$ (viii) $|x+5|\le x^2+2$

(ix) $3+|x+1|-x\le 0$ (x) $|x+1|>|3x-5|$ (xi) $2\ge|x+1|+|4x-1|$ (xii) $|x+2|-|x+4|<x$

(xiii) $x^2-5|x|+6<0$ (xiv) $x^2-|5x-3|-x<2$ (xv) $|x^2+x|-5<0$

94 (i) x හා y ධන සංඛ්‍යා විට, $x^5+y^5 \geq x^4y+xy^4$ බව ද, $x^7+y^7 \geq x^4y^3+x^3y^4$ බව ද සාධනය කරන්න.

(ii) $a<x<y$ හා $a>0$ නම් $\frac{y}{y-a}<\frac{x}{x-a}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $x, y<0$ හා $x+y-3z=0$ නම්, $x^2+y^2>3z^2$ බව සාධනය

(iv) x,y,z යනු ධන සංඛ්‍යා තුනක් විට $x^2+y^2 \geq 2xy$ බවත්, $x+y \geq 2\sqrt{xy}$ බවත් පෙන්වන්න. තවද $(x+y)(y+z)(x+z) \geq 8xyz$ හා $\left(x^3+y^3\right) \geq x^2y+xy^2$ බව අපෝහනය කරන්න.

(v) $x \leq 2$ වීම අනුව, $x^3 \leq x^2+x+2$ බව සාධනය කරන්න.

95 පහත අසමානතා තෘප්ත කරන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

(i) $|x-2|+|x+1|<6$ (ii) $|x+4|-|x-1|<2$ (iii) $|x+2|+|x-1|<2$ (iv) $\left|x^2+2x-15\right| \leq |2x+10|$

(v) $2|x-5|+|2x-8| \leq 4$ (vi) $|x-1|-\left|\frac{1}{2}x+1\right|<1$ (vii) $|x-3|+|x+7|<7$ (viii) $|x|+|x-3|>4$

(ix) $|x-3|+|x+2|>|3x|$ (x) $2-|x+1|>|4x-3|$ (xi) $5<|x+5|-|x-1|$ (xii) $|2x-3|+|x+3|>12$

(xiii) $|x-5|+|x+1|>11$ (xiv) $2|x-1|+4>2x+|x+1|$ (xv) $|2x-3|+|x+1|<x-1$

96 පහත අසමානතා තෘප්ත කරන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

(i) $\left|\frac{x}{x-2}\right|<2$ (ii) $\left|\frac{x+1}{x-1}\right| \geq 1$ (iii) $\left|\frac{x-2}{x+3}\right|<4$ (iv) $\left|\frac{x}{x-2}\right|>\frac{1}{x+1}$

(v) $\left|\frac{x-3}{x+1}\right|-2<0$ (vi) $\left|\frac{x+1}{x}\right|<\frac{1}{x}$ (vii) $\left|\frac{x+5}{x-3}\right|>\frac{1}{|x|}$ (viii) $\left|\frac{x+2}{x+4}\right|<5$

(ix) $\left|\frac{(x+1)(x-1)}{x+2}\right|>0$ (x) $\left|\frac{4x+7}{2x-1}\right|<1$ (xi) $\frac{x+2}{|2x+1|}-1>0$ (xii) $\left|\frac{x-2}{2x-1}\right|>1$

97 (i) $f(x)=x^2-x-2$ නම්, $f(x)<|f(x)|$ වන සේ ඇති x හි අගය පරාසය සොයන්න.

(ii) $y_1=4|x|$ හා $y_2=|x-2|$ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර එකම සටහනක අඳින්න. එනයින් $4|x|>|x-2|$ වන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

(iii) $y=|x^2-4|$ සහ $y=|2x+1|$ හි ප්‍රස්ථාර එකම සටහනක අඳින්න. $|x^2-4|<|2x+1|$ අසමානතාවය තෘප්ත කරන x හි අගය කුලකය සොයන්න. $|x^2-4|=|2x+1|$ සමීකරණය විසඳන්න.

98 (i) $y=x^2$ හා $y=|x-2|$ ප්‍රස්තාර එකම තලයක අඳින්න. ඒනයින්, $x^2<|x-2|$ වන x හි අගය පරාසය $-2<x<1$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $y=x+2$ හා $y=x+|x-1|+\frac{|x-2|}{x-2}$ හි ප්‍රස්තාරයන් එකම අක්ෂ මත අඳින්න.

එමගින් $|x-1|+\frac{|x-2|}{x-2}<2$ වන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

99 (i) $\left|\frac{2x-1}{x+1}-2\right|<1$ අසමානතාවය විසඳන්න.

(ii) $|2x-1|-|4-x|<1$ අසමානතාවය තෘප්ත කරන අගය පරාසය ප්‍රස්තාරික ක්‍රමය මගින් සොයන්න. ඒනයින්, $|2x-1|=|4-x|+6$ විසඳන්න.

100 (i) $y=|x-3|$ හා $y=7-|x+2|$ හි ප්‍රස්තාර එකම රූපයේ ඇඳ $|x-3| \geq 7-|x+2|$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

(ii) $y=|x^2-x-2|$ ශ්‍රිතයේ දළ සටහනක් අඳින්න. එම සටහනෙහි ම $4y=9-|6x-3|$ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. ඒනයින් x හි කිසියම් අගයන් තුනකදී සියළුම තාත්වික x අගයන් සඳහා $4|x^2-x-2|+|6x-3|>9$ අසමානතාවය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.

101 (i) $y=x^2-2|x|-3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න. එම සටහනහිම $y=x-3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. ඒනයින් $x^2-2|x|-x<0$ විසඳුම් කුලකය $(-1<x<0)$ හෝ $(0<x<3)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $f(x)=|x+2|$ හා $g(x)=3|x-2|$ ශ්‍රිත වල ප්‍රස්තාර එකම සටහනක අඳින්න. ඒනයින් $|x+2|-3|x-2|>0$ අසමානතාවය තෘප්ත කරන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

(iii) $|x-1+k|=4$ සමීකරණයේ x ට තාත්වික විසඳුම් පවතී නම්, a ට ගතහැකි අගය සොයන්න.

---

102 (i) $y=|2-x|+1$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. එම සටහනේ ම $y=|1+3x|$ හි දළ ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න. එනයින් $|3x+1|-|2-x|-1>0$ විසඳුම් $(-\infty<x<-2)$ හෝ $(\frac{1}{2}<x<\infty)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $y=|3x-2|$ හා $y=|x|+\frac{7}{3}$ ප්‍රසථාර වල දළ සටහන් අඳින්න.

එනයින් $3|x|\geq|9x-6|-7$ අසමානතාවය තෘප්ත වන x හි අගය පරාසය $\frac{-1}{6}\leq x\leq\frac{13}{6}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $y=3|x-2|+1$ හා $y=2|x+1|-5$ යන ශ්‍රිතවල දළ ප්‍රස්තාර එකම ඛණ්ඩාංක තලයේ සලකුණු කරන්න. ඒවායේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වල ඛණ්ඩාංක සොයා එමගින් $3|x-2|+1>2|x+1|-5$ වන x හි අඩුතම ධන නිඛිලය 1 බව පෙන්වන්න.

---

103 $y=|x-1|$ සහ $y=3|x-5|$ හි ප්‍රස්තාර එකම සටහනක අනුරේඛනය කරන්න. එනයින්, $3|x-5|>|x-1|$ ට අදාළ x හි පරාසය සොයන්න.

(i) ප්‍රස්තාරික ක්‍රමය හැර වෙනත් ක්‍රමයකින් ඉහත පරාසය සත්‍ය බව පෙන්වන්න.

(ii) $|x-1|=3|x-5|$ හි විසඳුම් ලියන්න.

---

104 $y=x+2|x-1|$ සහ $y=2|x+1|-3$ හි ප්‍රස්තාර එකම සටහනක අනුරේඛනය කරන්න. ඒනයින්,

(i) $x+3>2(|x+1|-|x-1|)$ සපුරාලන x හි පරාසය සොයන්න.

(ii) $x+3=2(|x+1|-|x-1|)$ සමීකරණය විසඳන්න.

---

105 (i) $y=x^2+6x-12$ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. ඒනයින් $y=|x^2+6x-12|$ හි ප්‍රස්තාරය අඳින්න. තවද $|x^2+6x-12|\leq 10$ අසමානතාවය විසඳන්න.

(ii) $|x+1|+|x-4|<2|x-1|$ අසමානතාව සපුරන x හි සියළු තාත්වික අගයන්ගෙන් සමන්විත කුලකය සොයන්න. $|x+1|+|x-4|=2|x-1|$ සමීකරණය විසඳන්න.

---

106 (i) $y=|5-|x||$ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. තවදුරටත් $5-|x|\geq x$ වන පරිදි x හි අගය කුලකය සොයන්න.

(ii) $y=3|x+1|-4$ සහ $y=x+3|x-1|$ හි ප්‍රස්තාර එකම සටහනක අඳින්න. ඒනයින්, $x+3|x-1|>3|x+1|-4$ සපුරාලන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

(iii) $y=|x^2-4|$ හා $y=|x^2-7|$ ප්‍රස්තාර එකම සටහනක අනුරේඛනය කරන්න. එනයින් $|x^2-4|\leq y\leq|x^2-7|$ තෘප්ත වන ප්‍රදේශය අඳුරු කරන්න.

---

107 (i) $2|x+2|\leq 3x-2$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි අගය පරාසය වීජීය ක්‍රමයකින් සොයන්න.

(ii) $|2x+3|\geq 2-|x+3|$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි අගය පරාසය ප්‍රස්ථාරික ක්‍රමයකින් සොයන්න.

---

108 $y=|x-2|, y=|x+3|-|x-4|$ හි දළ සටහන් එකම සටහනේ අඳින්න. එනයින්

(i) $|x+3|-|x-4|>|x-2|$ වන පරිදි x අගය පරාසය සොයන්න.

(ii) $|x+3|-|x-4|=|x-k|$ සමීකරණයට තාත්වික මූල තිබෙන විට $k\geq -3$ බව පෙන්වන්න.

109 (i) එකම සටහනක $y=\left|x^2-2\right|$ හා $y=\left|2x+1\right|$ යන වක්‍ර අනුරේඛනය කරන්න.

එමගින් $\left|x^2-2\right|-\left|2x+1\right|<0$ අසමානතාව සපුරන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

(ii) $y=|x-2|$ හා $y=|x+1|+|x-3|$ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර එකම සටහනක අඳින්න.

ඒනයින් $|x-1|+|x-2|+|x-3|$ හි අවම අගය 2 බව පෙන්වන්න. $|x-1|+|x-2|+|x-3|\geq 1$ අසමානතාව, සියළු තාත්වික x අගයන් සපුරන බව පෙන්වන්න.

110 පහත සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $|2x+1|=3$ (ii) $x^2-7|x|+10=0$ (iii) $x^2+|x|-12=0$ (iv) $x^2+9|x|+20=0$

(v) $\left|x-1\right|+\left|x+1\right|=3$ (vi) $\left|2x-3\right|=\left|x+5\right|$ (vii) $\left|x-3\right|=4$ (viii) $\left|3x-1\right|-2=0$

(ix) $7-x=2\left|x^2-4\right|$ (x) $\left|x\right|=\left|x^2-2\right|$ (xi) $\left|x^2-1\right|-1=\left|3x-2\right|$ (xii) $2-\left|x+1\right|=\left|4x-3\right|$

,>q .Kl

111 පහත සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $\log_2 8=x$ (ii) $\log_x 25=0.5$ (iii) $\log_9 x=3\frac{1}{2}$ (iv) $2\log_2\sqrt{x}=3$

(v) $2\log x=\log 3+\log(2x-3)$ (vi) $2\log\left(x+1\right)-4\log x+\log 1=0$

112 පහත සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $\log_2 4+2\log_2 x-\log_2(2x-1)=2$ (ii) $\log_{10}(x^2+9)-2\log_{10}x=1$

(iii) $3+\log_{(x+1)}3=\log_3\left(x+1\right)$ (iv) $2\log_2\left(x+5\right)-\log_2 x=6$

113 විසඳන්න.

(i) $ab=80$, $\log_{10}a-2\log_{10}b=1$

(ii) $\log_a b=2$, $ab=8$

(iii) $\log_2 x+\log_2 y=2$, $\log_y x=2$

(iv) $\log(x-2)+\log 2=2\log y$, $\log(x-3y+3)=0$

114 පහත සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $\log_2 x+4\log_x 2=5$ (ii) $\log_3(2-3x)=\log_9(6x^2-19x+2)$

(iii) $\log_3 x-4\log_x 3+3=0$ (iv) $3+\log_{x+1}3=\log_3(x+1)$

115 පහත සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $\log_3 x-4\log_x 3+3=0$ (ii) $\log_2 x=\log_4(x+6)$

(iii) $\log_3 x-2\log_x 3=1$ (iv) $\log_8\frac{x}{2}=\dfrac{\log_8 x}{\log_8 2}$

116 (i) $\log_{10}x=a$ ද $\log_{10}y=b$ ද නම් $\log_{10}\left(\dfrac{x^3}{y^3}\right)$ හි අගය a හා b ඇසුරින් දක්වන්න.

(ii) $\log_{10}\left(x-1\right)+\dfrac{1}{\log_{x+2}10}=2$ විසඳන්න.

117 (i) a,b ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා වන විට $\dfrac{1}{\log_a ab}+\dfrac{1}{\log_b ab}=1$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $2\log_a x+1=2\log_x a^4$ විසඳන්න. (මෙහි a යනු නියතයකි)

118 $\log_4 x=a$ ද $\log_{12}x=b$ ද නම්,

(i) $\log_3 4=\dfrac{b}{a-b}$ ද (ii) $\log_3 48=\dfrac{a+b}{a-b}$ ද බව පෙන්වන්න.

119 (i) $\log_9 xy = \frac{5}{2}$ හා $\log_3 x = -6\log_y 3$ නම් x හා y සොයන්න.

(ii) $\log_b a = 4, \log_c b = 3$ හා $a = 32c^2$ නම් a,b හා c සොයන්න.

(iii) $\log_3(2x+5) = 2\frac{1}{\log_{(x+3)} 3}$

120 (i) $\log_a b.\log_b a = 1$ බව සාධනය කරන්න.

(ii) $\frac{1}{\log_a (ab)} + \frac{1}{\log_b (ab)} = 1$ බව සාධනය කරන්න.

(iii) $\left(\log_{b^2} a\right)\left(\log_{c^2} b\right) = \frac{1}{4}\log_c a$ බව සාධනය කරන්න.

121 (i) $\log_3 2, \log_3(2x-5)$ හා $\log_3\left(2x - \frac{7}{2}\right)$ යනු සමාන්තර ශ්‍රේණියක අනුයාත පද තුනක් නම් x හි අගය සොයන්න.

(ii) $\log_b n = \frac{\log_a n}{\log_a b}$ බව පෙන්වන්න. ඒනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින්, $\frac{\log_3 8}{\log_9 16 \log_4 10} = 3\log_{10} 2$ බව පෙන්වන්න.

122 (i) $\log_2\left(3^{2x-2}+7\right) = \log_x x^2 + \log_2\left(3^{x-1}+1\right)$ විසඳන්න.

(ii) $\frac{1}{\log_{ab} abc} + \frac{1}{\log_{bc} abc} + \frac{1}{\log_{ca} abc} = 2$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_c x} = \frac{2}{\log_b x}$ නම් a,b හා c ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පිහිටන බව පෙන්වන්න.

123 (i) $\frac{\log_a 3\sqrt{3} + \log_a 2\sqrt{2} - \log_a 3\sqrt{3}}{\log_a 2} = \frac{3}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $7\log\frac{16}{15} + 5\log\frac{25}{24} + 3\log\frac{81}{80} = \log 2$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $\frac{\log 27 + \log 8 - \log 125}{\log 6 - \log 5} = 3$ බව සාධනය කරන්න.

124 (i) $\log_s t + \log_{1/s} t = 0$

(ii) $\log_a b^2 \times \log_b a^3 = 6$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $\lambda = \log_3 x, \log_3 x - \log_x 9 + \log_3(3)\mu + \mu\log_x 3 = 0$ ලෙස දී ඇත. $\lambda^2 + \mu\lambda + \mu - 2 = 0$ බව පෙන්වන්න.

125 (i) $\log_{b^2} a.\log_{x^2} b = \frac{1}{4}$ වන පරිදි x අගයන්න.

(ii) $\log_b M = \frac{\log_a M}{\log_a b}$ බව පෙන්වන්න. එනයින්, $\log_2 5 \times \log_5 7 \times \log_7 2 = 1$ බව පෙන්වන්න.

126 (i) $4\log_{16} x - \log_x 4 = 2\log_{64} 8$ විසඳන්න.

(ii) $a^3 + b^3 = ab(8-3a-3b)$ නම් $\log\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{1}{3}(\log a + \log b)$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $2\log(a+b) = 2\log a + \log\left[1 + \frac{2b}{a} + \frac{b^2}{a^2}\right]$ බව සාධනය කරන්න.

127 (i) a,b,c යනු එකට අසමාන ප්‍රභින්න ධන සංඛ්‍යාවේ.
$\left(\log_b a.\log_c a-\log_a a\right)+\left(\log_a b.\log_c b-\log_b b\right)+\left(\log_a c.\log_b c-\log_c c\right)=0$ නම්, $abc=1$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\frac{1}{2}\log(11+4\sqrt{7})=\log(x+2)$ නම්, $x=\sqrt{7}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $\log_3 x+\log_9 x^2+\log_{27} x^3=3$ නම්, x සොයන්න.

128 (i) $\log_x 2=\log_{\frac{x}{64}} 2\left(\log_2 x-\log_2 16\right)$ විසඳන්න.

(ii) a,b හා c ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පිහිටන්නේ $\log_k a+\log_k c=2\log_k b$ වන විට බව පෙන්වන්න.

129 (i) $\log_a b.\log_b a=1$ බව පෙන්වන්න.
$t=\log_x 4$ ලෙස ආදේශයක් හෝ අන් ක්‍රමයකින් $4\log_{16} x-1=\log_x 4$ සමීකරණය විසඳන්න.

(ii) $\log_x 2.\log_{\frac{x}{16}} 2=\log_{\frac{x}{64}} 2$ විසඳන්න.

(iii) $\frac{\log x}{y-z}=\frac{\log y}{z-x}=\frac{\log z}{x-y}$ නම්, $xyz=1$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි x,y හා z යනු ධන සංඛ්‍යා වේ.

130 (i) $p=\log_a(bc),q=\log_b(ac),r=\log_c(ab)$ නම්, $pqr=p+q+r+2$ බව සාධනය කරන්න.

(ii) $x>0$ නම්, $\log_2 x+\log_2\sqrt{x}+\log_2\sqrt[4]{x}+...=4$ ලෙස දී ඇති විට x අගයන්න.

(iii) $\log_3 x+\log_9 x+\log_{81} x+...$ශ්‍රේණියේ පද 20 ක ඓක්‍යය සොයන්න.

131 (i) $\log_m 10+\log_n 10=2\log_m 10\log_n 10$ නම් $mn=100$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $2\log_x a+\log_{ax} a+3\log_{a^2x} a=0$ සමීකරණය විසඳන්න

(iii) $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$ බව පෙන්වන්න.

$y=\log_3 x$ සහ $\log_3 x-\log_x 9+\log_3 3^k+k\log_x 3=0$ නම් $y^2+ky+(k-2)=0$ බව පෙන්වන්න.

132 (i) $\frac{\log z}{a-b}=\frac{\log y}{c-a}=\frac{\log x}{b-c}$ නම් $x^{b+c}.y^{c+a}.z^{a+b}=1$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $a^{\log\left(\frac{b}{c}\right)}.b^{\log\left(\frac{c}{a}\right)}.c^{\log\left(\frac{a}{b}\right)}=1$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $\frac{\ln x}{b-c}=\frac{\ln y}{c-a}=\frac{\ln z}{a-b}$ නම් $x^{b+c}y^{c+a}z^{a+b}=1$ බව පෙන්වන්න.

133 (i) $x^{\log y-\log z}.y^{\log z-\log x}.z^{\log x-\log y}=1$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $x(y-z)+y(z-x)+z(x-y)=0$ බව පෙන්වන්න. $x=\log a,y=\log b,z=\log c$ යයි යෙදීමෙන්
$\left(\frac{b}{c}\right)^{\log a}\times\left(\frac{c}{a}\right)^{\log b}\times\left(\frac{a}{b}\right)^{\log c}=1$ බව පෙන්වන්න.

134 $\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$ වන බව පෙන්වන්න. එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් $\alpha=\log_{12}18$ හා $\beta=\log_{24}54$ නම් $\alpha\beta+5(\alpha-\beta)=1$ වන බව සාධනය කරන්න.

135 (i) $\log_2 x^{1003}+\log_4 x^{1003}+\log_{16} x^{1003}+........$ යන ශ්‍රේණියේ පද අනන්තය තෙක් එකතුව සොයන්න.
$x=2$ වන විට ඉහත ශ්‍රේණියේ පද අනන්තයක එකතුව 2006 බව පෙන්වන්න.

(ii) $\log_k\frac{a^2}{bc}+\log_k\frac{b^2}{ca}+\log_k\frac{c^2}{ab}=0$ බව පෙන්වන්න.

අසාර්ථකත්වයට බොහෝ හේතු වන්නේ මුදල් නැතිකමට වඩා ශක්තිය නැති කමයි.

136 (i) $\log_a n = x$ හා $\log_c n = y$ නම්, $\dfrac{x-y}{x+y} = \dfrac{\log_b c - \log_b a}{\log_b c + \log_b a}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\log_z x, \log_y z, \log_x y$ මැදපදය a වූ ද පොදු අන්තරය d වූ ද සමාන්තර ශ්‍රේණියක් වෙයි නම් $ad^2 = a^3 - 1$ බව සාධනය කරන්න.

(iii) $x.y^{p-1} = a, x.y^{q-1} = b$ හා $x.y^{r-1} = c$ නම්,
$(q-r)\log a + (r-p)\log b + (p-q)\log c = 0$ බව සාධනය කරන්න.

137 (i) $\log_a n = x$ හා $\log_c n = y$ නම්, $\dfrac{x-y}{x+y} = \dfrac{\log_b c - \log_b a}{\log_b c + \log_b a}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) a හා b යනු ධන තාත්වික සංඛ්‍යා නම්, $\log_a b.\log_b a = 1$ බව පෙන්වන්න.

$$\frac{1}{\log_1 2017} + \frac{1}{\log_2 2017} + \frac{1}{\log_3 2017} + \dots + \frac{1}{\log_{2017} 2017} = \log_{2017} 2017!$$

138 $\log_a\left(1+\dfrac{1}{8}\right) = p, \log_a\left(1+\dfrac{1}{15}\right) = q$ හා $\log_a\left(1+\dfrac{1}{24}\right) = r$ නම් $p-q-r = \log_a\left(1+\dfrac{1}{80}\right)$ බව පෙන්වන්න.

139 u,v,s හා t යනු ධන සංඛ්‍යා වන විට, $\log\left(\dfrac{u}{v}\right).\log\left(\dfrac{s}{t}\right) = \log\left(\dfrac{u}{s}\right)\log\left(\dfrac{v}{t}\right) - \log\left(\dfrac{u}{t}\right).\log\left(\dfrac{v}{s}\right)$ වන බව පෙන්වන්න.

140 $\dfrac{x(y+z-x)}{\log_a x} = \dfrac{y(z+x-y)}{\log_a y} = \dfrac{z(x+y-z)}{\log_a z}$ නම්, $x^y y^x = y^z z^y = x^z z^x$ බව පෙන්වන්න.

අජන්ත දිසානායක