න්‍යාස

තොරතුරු පද්ධතියක්, සංක්ෂිප්තව නිරූපණය කිරීම සඳහා භාවිතා කලහැකි ගණිතමය ආකෘතියක් න්‍යාසයක් ලෙස හැඳින්විය හැක. න්‍යාස මගින් සුළු කිරීම් වේගවත්ව සිදුකල හැක. ඉංජිනේරු විද්‍යාව, පරිගණක විද්‍යාව, ආර්ථික විද්‍යාව වැනි විෂය ක්ෂේත්‍රවලදී මෙය නිතර භාවිතා වේ.

උදා :- එක්තරා ව්‍යාපාරිකයෙකුගේ A, B, C නම්; ඇඳුම් වෙළෙඳසැල් 3 ක් පවතී. එක්තරා සතියක විකුණන ලද ඇඳුම් පහත දැක්වේ.

	පිරිමි ඇඳුම්	**කාන්තා ඇඳුම්**	**ළමා ඇඳුම්**
A	125	540	250
B	150	300	175
C	200	420	60

මෙය න්‍යාසයක් ලෙස දැක්විය හැක.

$$\begin{bmatrix} 125 & 540 & 250 \\ 150 & 300 & 175 \\ 200 & 420 & 60 \end{bmatrix}$$

01. න්‍යාසයක් සහ න්‍යාසයක අවයව :- [Elements]

02. පේළි සහ තීර :- [Rows and Columns]

උදා :- (1) $\begin{bmatrix} a & b & c \\ x & y & z \end{bmatrix}$

(2) $\begin{bmatrix} 5 & 0 & 7 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & 10 & 1 \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} 10 & 20 & 60 & 40 \end{bmatrix}$

03. න්‍යාසයක ඝණය :- [Order , Size]

04. න්‍යාස වර්ග :- [Types of Matrix]

[1] පේලි න්‍යාසය :- [Row matrix]

[2] තීර න්‍යාසය :- [Column Matrix]

[3] ශූන්‍ය න්‍යාසය :- [Zero Matrix]

[4] පෙරලුම් න්‍යාසය :- [Transpose of a Matrix]

[5] සමචතුරස්‍ර න්‍යාස :- [Square Matrix]

විශේෂ සමචතුරස්‍ර න්‍යාස :-

[1] විකර්ණ න්‍යාසය :- [Digital Matrix]

[2] අදිශ න්‍යාසය :- [Scalar Matrix]

[3] ඒකක න්‍යාසය :- [Unit Matrix / Identity Matrix]

[4] සමමිතික න්‍යාසය :- [Symmetric Matrix]

[5] කුටික සමමිතික න්‍යාසය :- [Skew Symmetric Matrix]

[6] උඩත් ත්‍රිකෝණික න්‍යාසය :- [Upper Traingular Matrix]

[7] යටත් ත්‍රිකෝණික න්‍යාසය :- [Cover Traingular Matrix]

[8] පෙරලුම් න්‍යාසය :-

[9] ප්‍රතිලෝම න්‍යාසය :- [Inverse Matrix]

[10] ප්‍රලම්භ න්‍යාසය :- [Orthogonal Matrix]

[11] අපූර්ව න්‍යාසය :- [Singular Matrix]

[12] අනපූර්ව න්‍යාසය :- [Non Singular Matrix]

න්‍යාස 2 ක සමානතාවය :-

න්‍යාස ආශ්‍රිත සුළු කිරීම් :-

[1] න්‍යාස එකතු කිරීම.

[2] න්‍යාස අඩු කිරීම.

[3] න්‍යාසයක් අදිශයකින් ගුණ කිරීම.

වැදගත් ලක්ෂණ :-

න්‍යාස ආශ්‍රිත මූලික සුළු කිරීම්

(න්‍යාස එකතු කිරීම / අඩු කිරීම / වැඩි කිරීම)

01. (i) $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}_{2\times 2}$ $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{2\times 2}$ නම් $A+B$ සහ $A-B$ සොයන්න.

(ii) $P = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3}$, $Q = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}_{2\times 3}$ $P+Q$ සහ $P-Q$ සොයන්න.

(iii) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}_{3\times 3}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}_{3\times 3}$ $A+B$, $A-B$ සොයන්න.

02. අගය සොයන්න.

(i) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 & -8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

(ii) $\begin{pmatrix} -3 & 5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7 & 1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$

(iii) $\begin{pmatrix} 12 & -6 \\ -7 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$

(iv) $\begin{pmatrix} -8 & 2 \\ 7 & -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -8 \\ 7 & -25 \end{pmatrix}$

(v) $\begin{pmatrix} 4 & -1 & -8 \\ -12 & 3 & 14 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 17 & 3 & -11 \\ 5 & -2 & 20 \\ 7 & -18 & 28 \end{pmatrix}$

(vi) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 6 \\ 3 & 5 & -2 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ -1 & 3 & 2 \\ 6 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

(vii) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 32 & 8 & -10 \\ -21 & 3 & 10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 4 & -12 \\ 8 & 20 & 17 \\ -5 & -10 & 25 \end{pmatrix}$

(viii) $\begin{pmatrix} 28 & -7 & 14 \\ 5 & 9 & -22 \\ 13 & 12 & 24 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 52 & -8 & -38 \\ 10 & 8 & 21 \\ -3 & 10 & 21 \end{pmatrix}$

03. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -10 & 0 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$ වේ.

(i) $3A$ (ii) $8B$ (iii) $-A$ සොයන්න.

04. (i) $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ නම් $3A + 4B$ සොයන්න.

(ii) $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ $Q = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ නම් $2P + 5Q$ සොයන්න.

(iii) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ නම් $2A + 3B + 4I$ සොයන්න.

05. $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ සහ $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ නම්, මේවා සොයන්න.

(i) $A + B$ (ii) $A - B$ (iii) $2A + 3B$ (iv) $A - 5B$

06. (i) $A = \begin{pmatrix} 2 & c \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ සහ $B = \begin{pmatrix} a & 3 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ වේ. $A = B$ නම් a, b හා c හි අගය සොයන්න.

(ii) $\begin{pmatrix} x+1 & 3 & -1 \\ 2 & y-2 & 8 \\ x & 2 & z+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & z & -1 \\ 2 & 1 & 8 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ නම් x, y හා z හි අගය සොයන්න.

07. (i) $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $A = B$ වේද? හේතු දක්වන්න.

(ii) $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$, $A = B$ නම් x, y, z, t සොයන්න.

08. (i) $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ නම් $2A + 3B + C = O$ වන C න්‍යාසය සොයන්න.

(iii) $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ නම් $4P + 3Q + R = O$ වන R න්‍යාසය සොයන්න.

09. (i) $3X + 2Y = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ සහ $2X + Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ නම් X, Y සොයන්න.

(ii) $4X\,x + 3Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ සහ $2X - Y = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ නම් X, Y සොයන්න.

10. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 6 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ සහ $C = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ නම්, මේවා සොයන්න.

(i) $3A$ (ii) $-B$ (iii) $2C$ (iv) $2A + B$

(v) $3B - C$ (vi) $A + B + C$ (vii) $3A - B + 2C$ (viii) $-2A + 3B - 5C$

11. අගය සොයන්න.

$\begin{pmatrix} x & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ y & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$ නම් x, y හා z හි සොයන්න.

12. (i) $x\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

(ii) $\begin{pmatrix} 4 & 2x \\ -1 & y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -x \\ 2 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ සමීකරණය විසඳන්න.

13. (i) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ වේ. $A + B = B + A$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

මෙම ප්‍රමේය කුමක්ද?

(ii) $P = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ වේ. $P + Q = Q + P$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

(iii) $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ නම් $A + B = B + A$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

න්‍යාස ගුණිතය

14. ගුණිතයන් සොයන්න.

(i) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ (ii) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ (iii) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

15. අගය සොයන්න.

(i) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ (ii) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -5 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}$

(iii) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ (iv) $\begin{pmatrix} 3 & -5 & 4 \\ 0 & -6 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

(v) $\begin{pmatrix} 6 & 1 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ (vi) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

(vii) $\begin{pmatrix} 3 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ (viii) $\begin{pmatrix} 5 & -2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -9 \\ -20 & 8 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$

(ix) $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 22 & 8 & -12 \end{pmatrix}$ (x) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

16. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ නම් AB , BA සොයා $AB \neq BA$ බව අපෝහණය කරන්න.

මෙමගින් ඔබ කුමක් හඳුනා ගත්තේද?

17. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ නම් A^2, A^3 සොයන්න.

18. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ නම් $A^2 - 4A + I$ හි අගය සොයන්න.

19. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ නම් $A^2 - A + kI = 0$ නම්, k හි අගය සොයන්න.

20. පහත දී ඇති අවස්ථාවල

(i) AB (ii) BA සොයන්න.

(i) $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ (ii) $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}$

(iii) $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -6 & 7 & -5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 7 & -5 & 0 \end{pmatrix}$

(iv) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & -5 & 1 \\ 7 & 3 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 5 & 0 & -1 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

21. $P = \begin{pmatrix} 1 & p \\ q & 4 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ නම්

(i) $4PQ - 3Q$ සොයන්න. (ii) $P^2 - Q$ සොයන්න.

(iii) $PQ = 4Q + 12 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ නම් p, q අගයන් ලබාගන්න.

22. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ නම් $f(A) = 3A^2 + 4A - 2I$ අගය සොයන්න.

23. $P = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ නම් $P^2 = P$ බව පෙන්වන්න.

24. $X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ නම්, $X^n = \begin{pmatrix} n+1 & -n \\ n & -n+1 \end{pmatrix}$ බව ගණිත අභ්‍යුහනයෙන් පෙන්වන්න.

n ධන නිඛිල වේ.

25. $X = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ නම්, $X^n = \begin{pmatrix} \cos n\theta & \sin n\theta \\ -\sin n\theta & \cos n\theta \end{pmatrix}$ බව ගණිත අභ්‍යුහනයෙන් පෙන්වන්න.

n ධන නිඛිල වේ.

26. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ සහ $f(x) = x^2 + x - 2$ නම් f (A) සොයන්න.

27. $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ සමමිතික න්‍යාස බව පෙන්වන්න.

28. $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -4 \\ 1 & 0 & -2 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ A, B කුටික සමමිතික න්‍යාස බව පෙන්වන්න.

29. A $= \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ වේ.

(i) $A + A^T$ සොයන්න. (ii) $A - A^T$ සොයන්න.
(iii) $A + A^T$ සමමිතික බව පෙන්වන්න. (iv) $A - A^T$ කුටික සමමිතික බව පෙන්වන්න.

30. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ නම් $(A + B)^T = A^T + B^T$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

31. $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $Q = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ නම් $(P + Q)^T = P^T + Q^T$ බව පෙන්වන්න.

න්‍යාස ආශ්‍රිත ගැටළු

සමීකරණ, ප්‍රතිලෝම

32. ප්‍රතිලෝමය සොයන්න.

(i) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ (ii) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ (iii) $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

(iv) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$ (v) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$ (vi) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

33. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ යනු $\begin{pmatrix} 2k & 0 \\ k & k \end{pmatrix}$ යන න්‍යාසයේ ප්‍රතිලෝමය නම් k හි අගය සොයන්න.

34. පහත දී ඇති න්‍යාසවල ප්‍රතිලෝම නොපවතී නම් k හි අගය සොයන්න.

(i) $\begin{pmatrix} 2 & k \\ k & k+4 \end{pmatrix}$ (ii) $\begin{pmatrix} 1 & k-2 \\ 2k & k^2 \end{pmatrix}$

35. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ නම් $A^2 + 4I = 0$ බව පෙන්වන්න. මෙහි I යනු ඒකක න්‍යාසයයි.

ඒ නයින් A^{-1} සොයන්න.

36. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ වේ. $A^2 - 3A = -I$ බව පෙන්වන්න. මෙහි I යනු 2×2 ඒකක න්‍යාසයයි.

ඒ නයින් A^{-1} සොයන්න.

37. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ වේ. (i) A^2 සොයන්න.
(ii) $A^2 = aA + bI$ වන සේ a හා b සොයන්න.
(ii) A^{-1} සොයන්න.

38 . $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ නම් $A^{-1} = A^2 - 3A + 3I$ බව පෙන්වන්න.

39. A යනු $A^{-1} = -A$ වන පරිදි වූ න්‍යාසයකි.

(i) $A^2 = -1$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $A^4 + A^3 + A^2 + A + A^{-1} = kA$ වන පරිදි k සොයන්න.

(iii) $A = \begin{pmatrix} a & -a \\ 2 & -a \end{pmatrix}$ නම් a සොයන්න.

40. (i) $P = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$ නම්, P^{-1} සොයන්න. එනයින් $PP^{-1} = I$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

(ii) $P = \begin{pmatrix} \cos 30 & -\sin 30 \\ \sin 30 & \cos 30 \end{pmatrix}$ නම්, A^{-1} සොයන්න. එනයින් $AA^{-1} = I$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

41. $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}_{2\times 2}$ නම්, $A^2 - 6A + 2I = 0$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින් A^{-1} සොයන්න.

42. පහත දැක්වෙන සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

(ii) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \end{pmatrix}$

(iii) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \end{pmatrix}$

(iv) $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$

43. පහත දැක්වෙන සමගාමී සමීකරණවල විසඳුම් න්‍යාස භාවිතයෙන් සොයන්න.

(i) $x + 3y = 0$
$x - y = -4$

(ii) $x + 3y = 7$
$2x + 5y = 12$

(iii) $4x + 3y = 24$
$2x + 5y = 26$

(iv) $2x + 7y = 11$
$5x + 3y = 13$

(v) $2x + 3y = -7$
$x + 6y = 1$

(vi) $3x + 2y = 12$
$4x + 5y = 23$

(vii) $2x + 3y = 5$
$-x + y = 5$

(viii) $2x - 3y = -2$
$5x - 2y = 5$

44. සමීකරණවලට විසඳුම් නැති බව පෙන්වන්න.

(i) $x + y = 4$
$2x + 2y = 1$

(ii) $3x + y = 1$
$6x + 2y = 4$

45. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ නම්, $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

46. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ නම්, $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

පසුගිය විභාග ප්‍රශ්න

47. A, B හා C න්‍යාස තුනක් $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ c & d & 0 \end{bmatrix}$ හා $C = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ මගින් දෙනු ලැබේ.

(i) $AC = I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ බව පෙන්වන්න. CA ගුණිතයත් සොයන්න.

(ii) $BC = I_2$ වන පරිදි a, b, c හා d හි අගයන් සොයන්න.

(iii) $(\lambda A + \mu B)\, C = I_2$ වෙයි නම්, λ හා μ සම්බන්ධ කෙරෙන සමීකරණයක් ලබාගන්න.

$D = \begin{bmatrix} -3 & 8 & -6 \\ 2 & -5 & 4 \end{bmatrix}$ න්‍යාසය, A හා B ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කර, එනයින් DC ගුණිතය සොයන්න.

(2015 A/L)

48. $a, b \in \mathbb{R}$ යැයි ද $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ හා $B = \begin{bmatrix} b & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ යැයි ද ගනිමු. $A^TA = B$ වන පරිදි a හා b හි අගයන් සොයන්න. මෙහි A^T මගින් A න්‍යාසයෙහි පෙරළුම දැක්වේ.

$C = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ හා $X = \begin{bmatrix} u \\ u+1 \end{bmatrix}$ යැයි ගනිමු. මෙහි $u \in \mathbb{R}$ වේ. $CX = \lambda BX$ යැයි ද ගනිමු.

මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ වේ. λ හි අගය හා u හි අගය සොයන්න. λ හි මෙම අගය සඳහා $C - \lambda B$ න්‍යාසය සොයා, එහි ප්‍රතිලෝමය නොපවතින බව පෙන්වන්න.

(2014 A/L)

49. $Q = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ යැයි ගනිමු.

$Q^TQ = \lambda I$ වන පරිදි වූ $\lambda \in \mathbb{R}$ හි අගය සොයන්න. මෙහි Q^T යනු Q න්‍යාසයෙහි පෙරළුම වන අතර I යනු 2×2 ඒකක න්‍යාසය වේ.

එනයින් $P = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ න්‍යාසයෙහි ප්‍රතිලෝමය සොයන්න.

A යනු AP = PD වන පරිදි වූ 2×2 න්‍යාසයක් යැයි ගනිමු. මෙහි $D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$ වේ. A සොයන්න.

(2013 A/L)

50. $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ යනු 2×2 න්‍යාසයක් යැයි ගනිමු. $A^2 - 3A + 2I = O$ බව පෙන්වන්න. මෙහි I යනු 2×2 ඒකක න්‍යාසය හා O යනු 2×2 ශුන්‍ය න්‍යාසය වේ. එනයින් A^{-1} සොයන්න.

$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ යනු 2×2 න්‍යාසයක් යැයි ගනිමු. $BA = B$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින්, $BC = O$ වන පරිදි C නම් නිශ්ශුන්‍ය 2×2 න්‍යාසයක් සොයන්න.

(2012 A/L)

51. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ හා $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $A(\lambda A + \mu I) = O$ වන අයුරින් λ හා μ අගයන් සොයන්න.

මෙහි I යනු 2×2 ඒකක න්‍යාසය වේ. ඒ නයින් A^{-1} සොයන්න. *(2011 A/L)*