Combined Mathematics

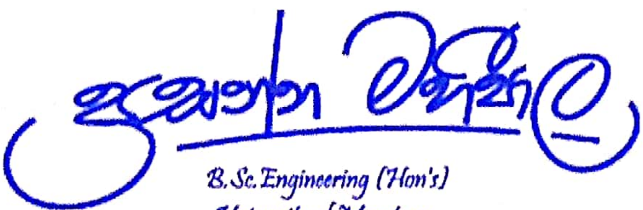
THEORY-2022

APPLIED MATHS

TUTE – 08

ප්‍රක්ෂිප්ත

Projectiles



B.Sc.Engineering (Hon's)
University of Moratuwa

Scanned with CamScanner

අභ්‍යාස මාලාව 1
ප්‍රක්ෂිප්ත වල චලිත සම්බන්ධ ගැටළු

1. වස්තුවක් $120ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් තිරසට θ කෝණයකින් ආනත ව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. තත්පර 6 කට පසු එහි චලිත දිශාව තිරස් වේ. θ හි අගය සහ තිරස් පරාසය සොයන්න.

2. තිරසට 30^0 ක් ආනතව 96 ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කළ වස්තුවක් $49m$ සිරස්ව ඉහලින් ඇති විට ප්‍රවේගය හා චලිත දිශාව සොයන්න.

3. බෝලයක් තිරසට 30^0 කෝණයකින් ආනත ව $35\sqrt{3}ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. එය ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $6m$ තිරස් දුරකින් පිහිටි බිත්තියක වදී. බිත්තියේ වදින ස්ථානයට ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇති සිරස් උස සොයන්න.

4. අංශුවක් ප්‍රක්ෂිප්තයක කුමන පිහිටීමක සිටින විට අංශුවේ ප්‍රවේගය අවම වේද? තිරසට කෝණයකින් ආනතව O ලක්ෂ්‍යයක සිට අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුවේ චලිතයේදී එහි උපරිම ප්‍රවේගය හා අවම ප්‍රවේගය අතර අනුපාතය $\dfrac{1}{\cos\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

5. අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයෙන් තිරසට ආනතව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. තත්පර 5 දී අංශුවේ ප්‍රවේගය $50ms^{-1}$ වන අතර චලිත දිශාව තිරසට 30^0ක් ආනත වේ නම් ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය හා ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය සොයන්න.

6. $80m$ උස කඳු මුදුනක පිහිටි A නම් ස්ථානයක සිට $10ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් තිරස් ව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලබන වස්තුවක් තැනිතලා පොළව මත පිහිටි B නම් ස්ථානයක දී බිම පතිත වේ. වස්තුව බිම වදින ප්‍රවේගය සොයන්න. B සිට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලබන වස්තුවක් A හි තිරස් ව වැදීමට නම් එය ප්‍රක්ෂේප කළ යුතු ප්‍රවේගය සොයන්න.

7. වස්තුවක් $100\sqrt{2}ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් තිරසට 45^0 කෝණයකින් ආනත ව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. එය ප්‍රක්ෂේපණ ස්ථානයේ සිට $75m$ ඉහළින් පිහිටා ඇති විට එහි ප්‍රවේගය සොයන්න.

8. O මූල ලක්ෂ්‍යයෙන් $20\underline{i}+40\underline{j}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කළ වස්තුවක තත්පර තුනකදී ප්‍රවේගය හා එම මොහොතේ පිහිටුම් දෛශිකයද ලබාගන්න.

9. වස්තුවක් O ලක්ෂ්‍යයක සිට $3\underline{i}+4\underline{j}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. t කාලයකට පසු එහි ප්‍රවේගය හා පිහිටීම දෛශික ආකාරයට දෙන්න.

10. O ලක්ෂ්‍යයක සිට ප්‍රක්ෂේප කරන ලද වස්තුවක් ප්‍රක්ෂේපණයෙන් තත්පර $1\frac{1}{2}$ කට පසු $4\underline{i}+\underline{j}$ පිහිටුම් දෛශිකය හරහා ගමන් කරයි. වස්තුවේ ආරම්භක ප්‍රවේගය සොයන්න.

Scanned with CamScanner

11. තිරස් තලයක සිට $3h$ උසකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන දිශාවකට අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයේ සිට නැගි වැඩිම උස h නම් තලයෙහි වදින විට ගමන් කර ඇති තිරස් දුර $6h\cot\theta$ බව පෙන්වන්න.

12. ප්‍රක්ෂේපණයක චලිතයේ ඕනෑම මොහොතක ප්‍රවේගය u ද එවිට චලිත දිශාව තිරස සමඟ සාදන කෝණය θ ද නම්, $\frac{u\operatorname{Cosec}\theta}{g}$ කාලයකට පසුව අංශුව එහි මුල් චලිත දිශාවට ලම්භක දිශාවත් ඔස්සේ චලිත වෙමින් ඇති බව පෙන්වන්න.

13. O ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට α ආනතව ප්‍රක්ෂේප කළ වස්තුව O සිට β ආරෝහණ කෝණයෙන් යුතු A ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි. A හිදී වස්තුවේ චලිත දිශාව තිරසට γ ආනත වේ. $\tan\alpha = 2\tan\beta - \tan\gamma$ බව පෙන්වන්න.

14. එක්තරා මොහොතක O ලක්ෂ්‍යයක සිට අංශුවක් තිරසට θ ක ආනතියකින් යුතුව $u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. t කාලයකට පසුව අංශුව P හි ඇත. P හි ආරෝහණ කෝණය α වේ. අංශුවේ ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය $\frac{gt\cos\alpha}{2\sin(\theta-\alpha)}$ බව පෙන්වන්න. ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය 2α නම් ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය $\frac{gt\cot\alpha}{2}$ බවද පෙන්වන්න. P ලක්ෂ්‍යය උපරිම උස දැක්වෙන ලක්ෂ්‍යය විට O සිට P ට කාලය සොයන්න. එනයින් P උපරිම උසෙහි විට $\tan\theta = 2\tan\alpha$ බවද ලබාගන්න.

15. එක්තරා මොහොතක O ලක්ෂ්‍යයක සිට අංශුවක් තිරසට 30^0 ක ආනතියකින් යුතුව $60ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. එම මොහොතේම O සිට $100m$ තිරස් දුරකින් වූ A ලක්ෂ්‍යයක සිට තවත් අංශුවක් $50ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් විරුද්ධ දිශාවට ප්‍රක්ෂේප කරයි. අංශු 2 ගැටේනම් දෙවන අංශුවේ ප්‍රක්ෂේප කෝණය හා ගැටුමට ගතවන කාලය සොයන්න.

16. අහස් යානාවක් බිම් මට්ටමට $1000m$ ක් ඉහළින් $800ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් පියාසර කරමින් සිටින විටකදී ඉලක්කයක් කරා බෝම්බයක් හෙළනු ලැබේ. ඉලක්කයේ සිට කොපමණ තිරස් දුරකින් බෝම්බය නිදහස් කළ යුතුදැයි සොයන්න. කොපමණ වේලාවකට පසු බෝම්බය ඉලක්කය කරා ලගා වේද?

17. තිරසට කිසියම් ආනත දිශාවක් ඔස්සේ ප්‍රක්ෂේපණය කළ අංශුවක පියාසර කාලය T වේ. t කාලයකට පසු අංශුව නැගි උස $\frac{1}{2}gt(T-t)$ බව පෙන්වන්න.

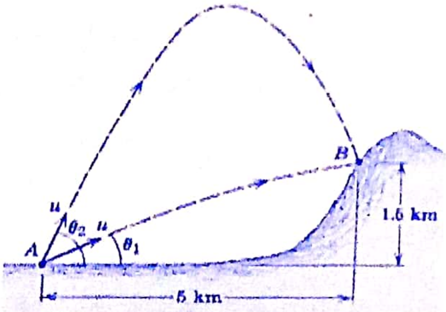
18. u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරන ලද වස්තුවක තිරස් පරාසය එයට නැගිය හැකි උපරිම උස මෙන් දෙගුණයකි. තිරස් පරාසය $4u^2/5g$ බව පෙන්වන්න.

19. P ලක්ෂ්‍යයක සිට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලබන අංශුවක් d උපරිම දුරකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක දී නැවත තිරස් තලය මුණ ගැසේ. අංශුව නගින උපරිම උස h නම් ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගයේ තිරස් හා සිරස් සංරචක d හා h මගින් ලබා ගන්න. $\frac{2d}{3}$ තිරස් දුරක් ලබා ගන්නා විට එය $\frac{8h}{9}$ උසක ඇති බව පෙන්වන්න.

♦ වර්ග සමීකරණ ආශ්‍රිත යෙදීම

20. මුහුදේ ඇති නැවක වූ කාලතුවක්කුවක් මගින් දූපතක වූ කන්දක පිහිටා ඇති බලකොටුවකට වෙඩි තබයි. දූපත නැවේ සිට $2km$ දුරකින්ද, කන්දේ $1.75km$ උසකින් බලකොටුවද පිහිටා ඇත්නම් ඉලක්කය ලබා ගැනීම සඳහා කාල තුවක්කුව තිරසට ආනතව තැබීම සඳහා කෝණ දෙකක් ඇති බව පෙන්වා ඒවාහි අගයන් සොයන්න.

21. රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි B ලක්ෂ්‍යයේ වැදීම සඳහා A ලක්ෂ්‍යයේ සිට මිසයිලයක් යවනු ලැබේ. ආරම්භක ප්‍රවේගය 400 m/s නම් ප්‍රක්ෂේපණ කෝණ දෙකෙහි අගයන් සොයන්න.



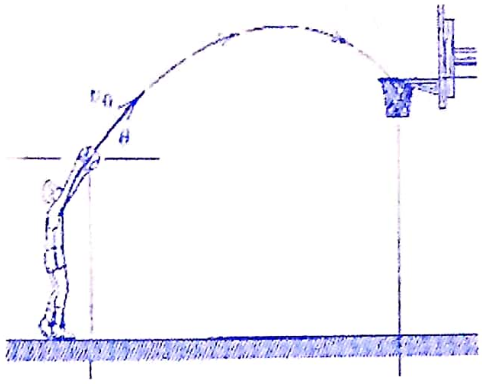
22. තුවක්කු කට O මූල ලක්ෂ්‍යය ලෙස ගෙන Ox, Oy තිරස් සිරස් අක්ෂවලට සාපේක්ෂව P උණ්ඩයේ ඛණ්ඩාංක t කාලයේ දී $A(a,b)$ වේ. උණ්ඩයේ ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය $\sqrt{2gc}$ වේ. උණ්ඩයේ ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය α වේ. α තෘප්ත කරන P හි පෙත $a^2\tan^2\alpha - 4ac\tan\alpha + a^2 + 4bc = 0$ බව පෙන්වන්න. $a^2 > 4c(c-b)$ නම් උණ්ඩය A තුළින් නොයන බවත් $a^2 < 4c(c-b)$ නම් α_1, α_2 දිශා දෙකකින් O වලින් ප්‍රක්ෂේප වූ උණ්ඩ A තුළින් යන බව පෙන්වා $\tan(\alpha_1+\alpha_2) = \frac{-a}{b}$ බව පෙන්වන්න.

23. $\sqrt{2ga}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයකින් වෙඩි තැබිය හැකි තුවක්කු සවිකොට ඇති නැවක් එම වර්ගයේම තුවක්කු සවිකොට ඇති වරායක් අසලට පැමිණේ. වරායේ සවිකොට ඇති තුවක්කු නැවේ තුවක්කුවලට වඩා h උසකින් පිහිටා තිබේ. නැවේ තුවක්කුවලින් වරායට වෙඩි තැබිය හැකි උපරිම සීමාව නැවේ සිට d_1 දුරකින් ද වරායේ සවිකොට ඇති තුවක්කුවලින් නැවට වෙඩි තැබිය හැකි උපරිම සීමාව වරායේ සිට d_2 දුරකින් ද පිහිටා ඇත්නම්, $d_1^2(a+h) = d_2^2(a-h)$ බව පෙන්වන්න.

24. ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයේ සිට d දුරකින් වූ සිරස් කුළුණක වදින සේ u ප්‍රවේගයකින් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. කුළුණ මත අංශුවට ළඟාවිය හැකි උපරිම උස $\frac{1}{2}\left\{\frac{u^2}{g} - g\left(\frac{d}{u}\right)^2\right\}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

25. පැසිපන්දු ක්‍රීඩකයෙක් නිදහස් ගෝලයක් ලබාගැනීම සඳහා යත්න දැරීමේදී v_0 ප්‍රවේගයෙන් තිරසට θ ආනතව බෝලය ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. ක්‍රීඩකයාගේ අතෙහි සිට $4a$ දුරින් හා a උසින් පැස පිහිටා ඇත. බෝලය පැස තුළට වැටෙනම් බෝලයේ චලිත සමීකරණය $8ag\tan^2\alpha - 4v_0^2\tan\alpha + v_0^2 + 8ga = 0$ බව පෙන්වන්න. $a=1$, $v_0=10$ හා $g=10$ විට බෝලය ප්‍රක්ෂේපණය කළ හැකි දිගා දෙකක් ඇති බව පෙන්වන්න. ඉහත ප්‍රක්ෂේපණ දිගා දෙකෙන් ක්‍රීඩකයා තෝරිය යුතු වඩාත් උචිත කෝණය කුමක්ද? හේතු දක්වන්න.



26. සමතලා භූමියක් මත O ලක්ෂ්‍යයක දී පිපිරීමක් ඇති වේ. එක ම $\sqrt{3ga}$ ප්‍රවේගයකින් එක ම මොහොතේ භූමියෙන් උඩ සෑම අතට ම සුන් බුන් විසිරේ. O ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\frac{4a}{3}$ දුරකින් පොළව මත වූ ලක්ෂ්‍යයකට බෝම්බ කැබලි දෙවතාවක් ගැටෙන බව පෙන්වන්න. මෙම අවස්ථා දෙකට අනුරූප ප්‍රක්ෂේපණ කෝණ α හා β නම් $\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$ බවත් මෙම ගැටීම් දෙක අතර කාලාන්තරය $2\sqrt{\frac{5a}{3g}}$ බවත් පෙන්වන්න.

27. වෘත්තාකාර වතුර බේසමකට a උසකින් පිහිටි නැසිල්ලකින් විවිධ දිශාවන්ට ආරම්භක $\sqrt{2gh}$ ප්‍රවේගයෙන් වතුර බිංදු පිට කරයි. සියලුම වතුර බිංදු බේසමට වැටීම සඳහා බේසමේ අරය $2\sqrt{h(a+h)}$ ට වඩා අඩු නොවිය යුතු බව පෙන්වන්න.

28. තිරස් බිමට h උසකින් පිහිටි ස්ථානයක සිට ප්‍රක්ෂේපණය කරන ලද වස්තුවක් තිරස්ව a දුරකින් ඇත්ව සම බිමේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක පතිත වීමට නම් අඩුම වශයෙන් $\left[g\left(\sqrt{a^2+h^2}-h\right)\right]^{1/2}$ ප්‍රවේගයකින් වස්තුව ප්‍රක්ෂේපණය කළ යුතු බව පෙන්වන්න.

29. O ලක්ෂ්‍යයක් සිට තිරසට ආනතව ප්‍රක්ෂේප කළ වස්තුවක් h උසින් යුතු සිරස් බිත්ති දෙකක් ඉහළින් යන්තමින් යයි. O සිට ආසන්න බිත්තියට දුර a වේ. බිත්ති දෙක අතර දුර h වේ. $\tan\alpha = \frac{h(2a+h)}{a(a+h)}$ බව පෙන්වන්න. $u^2 = \frac{g\left[a^2(a+h)^2 + h^2(2a+h)^2\right]}{2ah(a+h)}$ බවද පෙන්වන්න.

30. මූල ලක්ෂ්‍යයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කළ වස්තුවක් (a,a) හා $(2a,a)$ ඛණ්ඩාංක ඔස්සේ ගමන් කරයි නම් එහි ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය සොයන්න.

Scanned with CamScanner

31. අංශුවක් $\sqrt{ahg}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයෙන් $t=0$ විට O ලක්ෂ්‍යයෙන් තිරසට α ආනතව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව එකිනෙක අතර දුර $2h$ හා උස h වූ බිත්ති දෙකක් උඩින් යයි. ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයේ සිට ආසන්න බිත්තියට දුර $h(a\sin\alpha\cos\alpha-1)$ බව පෙන්වන්න. $\sec^4\alpha-(a^2-2a)\sec^2\alpha+a^2=0$ යන සමීකරණය α විසින් තෘප්ත කරන බවද පෙන්වන්න. $a=4$ විට ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය සොයන්න. එවිට අංශුව ළඟාවෙන උපරිම උස $\frac{3h}{2}$ බවද පෙන්වන්න.

32. අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගයේ තිරස් හා සිරස් ප්‍රවේග සංරචක u හා v වේ. ආරම්භක ලක්ෂ්‍යයේ සිට h උසකට යාමට ගතවන කාලය t නම් $gt^2-2vt+2h=0$ බව පෙන්වන්න. අංශුව h සිරස් උසකින් පිහිටි අවස්ථා දෙකක් අතර තිරස් දුර $\frac{2u}{g}\sqrt{v^2-2gh}$ බව පෙන්වන්න.

33. උණ්ඩයක් h උස කුළුණක මුදුනෙන් $\sqrt{\frac{4gh}{3}}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. එය කුළුණ පාමුල සිට $2h$ තිරස් දුරින් වූ ලක්ෂ්‍යයකට වැටේ. තිබිය හැකි ප්‍රක්ෂේප කෝණ සොයන්න. පරාවක්‍ර ගෙවා යෑමට කාලයන් $t_1,t_2\,(t_2>t_1)$ නම් $t_1t_2=\frac{2\sqrt{5}h}{g}$ බව පෙන්වා t_1+t_2 අගය සොයා එමගින් t_2-t_1 අගය ද අපෝහනය කරන්න.

♦ වස්තු දෙකක් ප්‍රක්ෂිප්ත වල චලිත වීම

34. අංශුවක් O සිට $20\underline{i}+30\underline{j}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. තත්පර දෙකකට පසු තවත් අංශුවක් O සිට $60\underline{i}+50\underline{j}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. දෙවන අංශුව ප්‍රක්ෂේප කර තත්පරයකට පසු අංශු දෙක ගැටෙන බව පෙන්වන්න.

35. එක ම තලයේ එක ම u වේගයකින් එක ම ලක්ෂ්‍යයක සිට එක ම මොහොතේ, එහෙත් වෙනස් ප්‍රක්ෂේපණ කෝණවලින් අංශු දෙකක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. ඒවායේ ප්‍රක්ෂේපණ කෝණ පිළිවෙලින් θ_1 හා θ_2 වේ. අංශු යා කරන රේඛාව සෑම විට ම සිරස් සමඟ නියත කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න. $\frac{u}{g}\left[\frac{\cos\frac{\theta_1-\theta_2}{2}}{\sin\frac{\theta_1+\theta_2}{2}}\right]$ කාලයකට පසු ඒවායේ ප්‍රවේග සමාන්තර වන බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

36. බිම මට්ටමේ වූ P හා Q නම් පිහිටුම් දෙකක සිට එකම මොහොතක අංශු දෙකක් ප්‍රක්ෂේප කරන අතර ඒවා තිරස්ව ගමන් කරමින් සිටින විට එකිනෙක හා ගැටේ. පළමුවැන්නේ ආරම්භක ප්‍රවේගය v හා ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය α ද දෙවැන්නේ ආරම්භක ප්‍රවේගය $v/2$ හා ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය θ ද වන අතර $PQ = \dfrac{v^2 \sin\theta}{2g}$ වේ නම් $2\sin\alpha = \sin\theta$ බව හා $2 = 2\cos\alpha + \cos\theta$ පෙන්වන්න. එනයින් $\cos\alpha = 7/8$ බව ලබාගන්න.

37. O ලක්ෂ්‍යයකින් A,B අංශු දෙකක් ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. $t=0$ දී A හි ප්‍රවේගය $u\underline{j}$ ද B හි ප්‍රවේගය $\dfrac{u}{2}\left(\sqrt{3}\underline{i}+\underline{j}\right)$ ද වේ.

(i) A ගේ සමුද්දේශ රාමුවේ B ගේ ත්වරණය ශුන්‍ය බවද

(ii) A ගේ සමුද්දේශ රාමුවේ B ගේ පෙත සරල රේඛාවක් බවද පෙන්වන්න.

(iii) A ගේ සමුද්දේශ රාමුවේ B ගේ තිරස් විස්ථාපනය $4\sqrt{3}u$ වීමට කාලය සොයා එමගින් එම මොහොතේ සිරස් විස්ථාපනය $-4u\underline{j}$ බව පෙන්වන්න.

38. සමබිමට h උසකින් තිරස් මාර්ගයක v නියත ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන සතුරු අහස් යානයක් සම බිමේ සවිකොට ඇති කාලතුවක්කුවක් පසු කොට ඊට ඉහළින් පියඹා යනු දුටු භටයෙක් කෙළින්ම අහස් යානය වෙත වෙඩි තැබීමෙන් u ප්‍රවේගයෙන් උණ්ඩයක් පිට කරනු ලැබේ. වෙඩි තබනු ලබන මොහොතෙහි භටයාට පෙනෙන පරිදි අහස් යානයේ ආරෝහණ කෝණය α නම් උණ්ඩය අහස් යානයේ වැදීම පිණිස $2(u\cos\alpha - v)v\tan^2\alpha = gh$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

39. මුහුද අසල h උස ප්‍රදීපාගාර කුළුණක මුදුනේ සිට P,Q කාලතුණ ගිනිකෙළි උපකරණ දෙකක් $t=0$ විට එකම සිරස් තලයේ ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. P හි ප්‍රවේගය $\sqrt{3}v$ ද තිරසට 60° ක් ආනත ද වේ. Q තිරසට 30° ක් ආනතව ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. එක් එක් උපකරණයක් මුහුදට වැටෙන තෙක් එකකට එකක් සිරස්ව ඉහළින් අනෙක වන සේ චලිත වේ. Q හි ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය v බව පෙන්වන්න.

(i) Q උපරිම උසෙහි ඇති විට,

(ii) P උපරිම උසෙහි ඇති විට යන අවස්ථාවල P හා Q අතර දුර පිළිවෙළින් $\dfrac{v^2}{2g}$ හා $\dfrac{3v^2}{2g}$

බව පෙන්වන්න.

40. අංශු දෙකක් O ලක්ෂ්‍යයකින් එකම v ප්‍රවේගයෙන් තිරසට $\theta, 2\theta$ ආනතව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. B ප්‍රක්ෂේප කර t_0 කාලයකට පසු A ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. A ප්‍රක්ෂේප කර t කාලයේ දී A,B ගැටේනම් ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය වන v හි අගය t_0 ඇසුරින් සොයන්න. අංශු දෙකෙන් A අංශුව උපරිම උසෙහි ඇති විට A,B ගැටේනම් $4\cos^4\theta - \cos^2\theta - 1 = 0$ සමීකරණය θ තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න. $\cos^2\theta = \dfrac{1+\sqrt{17}}{8}$ බව අපෝහනය කරන්න.

Scanned with CamScanner

41. තිරසට θ ආනතියක් සහිත තලයක් මත වූ ලක්ෂ්‍යයක සිට u ප්‍රවේගයෙන් තලය මත වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ වූ තලයෙහි චලනය වන ලෙස අංශු දෙකක් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලබන්නේ අංශුවල ආරම්භක චලිත දිශා එකිනෙකට ලම්භක වන පරිදි වේ. ආනත තලය මත අංශුවල පරාස R_1 හා R_2 නම් $\left[R_2 - R_1\right] = \frac{2u^2}{g} Sin\theta Sec^2\theta$ බව පෙන්වන්න.

අභ්‍යාස මාලාව 2

මිශ්‍ර ගැටළු

1. දුර පනින ක්‍රීඩකයෙකුට පොළොවෙන් ඉවත්ව යන මොහොතේ දී ඔහුගේ දිවීම නිසා තිරස් u ප්‍රවේගයකුත් ඔහුගේ පැනීම නිසා තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව λu ප්‍රවේගයකුත් තිබේ. ඔහු පනින තිරස් l දුර $l = \frac{2u^2\lambda}{g}(1+\lambda Cos\theta)Sin\theta$ යන්නෙන් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. තවදුරටත් $\lambda = 1$ ද l උපරිමයක් ද වන පරිදි θ තෝරා ගන්නේ නම් පැනීමේ දී ඔහු ළඟාවන වැඩිම උස ආසන්න වශයෙන් $l/7$ ට සමාන බව පෙන්වන්න.

2. යුධ නැවක් නියත V ප්‍රවේගයෙන් ඉදිරියට යාත්‍රා කරයි. හරි කෙළින් පිටුපසට එල්ල කළ තුවක්කුවක් යුධ නැවේ සවිකර ඇත්තේ α ආරෝහණ කෝණයක් සහිතව ය. නැවට සාපේක්ෂව උණ්ඩයක ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය $\sqrt{3}V$ නම් උණ්ඩයේ තිරස් පරාසය $R = \frac{2\sqrt{3}}{g}V^2\left(\sqrt{3}Cos\alpha - 1\right)Sin\alpha$ මගින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න. $\alpha = \frac{\pi}{6}$ විට R උපරිමයක් බව පෙන්වා උපරිම පරාසය සොයන්න.

3. බෝම්බයක් බිම වැටුණු වහාම පිපිරීමෙන් කැබලි $40ms^{-1}$ දක්වා වූ විවිධ වේගයන්ගෙන් විවිධ දිශාවන් ඔස්සේ ගමන් කරයි නම් තත්පර 6 ක කාලයක් තුළ බෝම්බය බිම වැටුණු ස්ථානයට තිරස් ලෙස මීටර 70 ක් දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක බෝම්බ කැබලි වැදිය හැකි බව පෙන්වන්න.

4. තිරස් බිමට h උසකින් පිහිටි ස්ථානයක සිට තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව $\sqrt{2ga}$ ප්‍රවේගයෙන් වස්තුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. a යනු නියතයකි. g ගුරුත්වජ ත්වරණයයි. θ වල විවිධ අගයන් සඳහා ලබාගත හැකි උපරිම පරාසය සොයන්න. මෙම උපරිම පරාසයට අනුරූප ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය $\theta = ටැන්^{-1}\left\{\frac{a}{a+h}\right\}^{1/2}$ මගින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

5. $100\sqrt{5}\,ms^{-1}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයකින් වෙඩි තැබිය හැකි තුවක්කුවක් සවි කොට ඇති ස්ථානයක් ඔස්සේ ඊට මීටර 900 ක් ඉහළින් තිරස් මඟක අහස්යානයක් ගමන් කරයි. තුවක්කුව පිහිටි ස්ථානයෙන් තිරස් ලෙස කි.මීටර 4 ක් ඈතින් පිහිටි ස්ථානයක සිට අහස් යානය වෙඩි වැදීමේ තර්ජනයට මුහුණ පා ඇති බව පෙන්වන්න.

අභ්‍යාස මාලාව 8

පසුගිය විභාග ගැටළු

1. සමතලා බිමෙහි O ලක්ෂ්‍යයකට සිරස්ව h උසින් බෝම්බයක් පුපුරයි. $\sqrt{2gk}$ එකම වේගයෙන් බෝම්බ කැබලි සෑම දිශාවකටම විසි වේ. $d<2\sqrt{k(k+h)}$ නම් O ලක්ෂ්‍යයේ සිට d දුරින් භූමිය මත සිටින කුඩා සතෙකුට පිපිරීමෙන් පසු $t_1, t_2\,(t_2>t_1)$ වෙනස් වූ කාලයන් හි දී දෙවතාවක් දෙදිශාවකින් බෝම්බ කැබලි වදින බව පෙන්වන්න. තව ද $(t_2-t_1)=2\left[\dfrac{2k+h-\sqrt{h^2+d^2}}{g}\right]^{1/2}$ බව ද පෙන්වන්න. **(1962/AL)**

2. තිරසට α කෝණයක් ආනත සෘජු මාර්ගයක් දිගේ ඒකාකාර u වේගයෙන් පක්ෂියෙක් අහසේ පියඹා යයි. පක්ෂියා තම ගමන් මාර්ගයේ A නම් ලක්ෂ්‍යයක සිටියදී A ට එක එල්ලේ කෙළින්ම පහළින් h දුරකින් පිහිටි B නම් ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට θ කෝණයකින් ආනත වූ v ප්‍රවේගයෙන් වෙඩිල්ලක් තබනු ලැබේ. වෙඩිල්ල පක්ෂියාට වදී නම් $v\cos\theta=u\cos\alpha$ බවද $\theta>\alpha$ බවද පෙන්වන්න. පක්ෂියාට සාපේක්ෂව වෙඩිල්ලේ ප්‍රවේගය සලකා ඉලීමෙන් හෝ වෙනත් ක්‍රමයකින් හෝ $v>\sqrt{2gh}\cos\alpha\,\mathrm{cosec}(\theta-\alpha)$ වන බව පෙන්වා වෙඩිල්ල පක්ෂියාට වදින සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය සොයන්න. **(1965/AL)**

3. තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව u ප්‍රවේගයෙන් O ලක්ෂ්‍යයක සිට අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. O හරහා තිරසට $\alpha\,(<\theta)$ කෝණයකින් ආනත වූ තලයක් පවතින අතර, එම තලයෙහි වූ R ලක්ෂ්‍යයක දී අංශුවට තලය හමුවේ. R ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටීම O හි මට්ටමින් ඉහළ හෝ පහළ වීම අනුව OR දුර $\dfrac{2u^2Cos\theta Sin(\theta-\alpha)}{gCos^2\alpha}$ මගින් හෝ $\dfrac{2u^2Cos\theta Sin(\theta+\alpha)}{gCos^2\alpha}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. **(1976/AL)**

4. අහස්යානයක් තුවක්කුවක පිහිටීමට හරි කෙලින් ඉහළින් නියත h උසකින් ද u විශාලත්වයෙන් යුතු නියත ප්‍රවේගයෙන් ද පියාසර කරයි. උණ්ඩයක් අහස් යානයේ වැදෙන පරිදි අහස්යානය තුවක්කුවේ පිහිටීමට හරි කෙලින් ඉහළින් පියාසර කරන මොහොතේ දී වෙඩි උණ්ඩයක් වෙඩි තැබිය යුතු අවම නික්මුන් ප්‍රවේගය කවරේ ද? මේ සඳහා උචිත ආරෝහණ කෝණය කවරේ ද? **(1979/AL)**

5. ගුවන් යානයක් v ඒකාකාර වේගයෙන් h නියත උසකින් තිරස්ව පියාසර කරයි. ගුවන් යානය තුවක්කුවකට හරි කෙලින්ම ඉහළින් ගමන් කළ පසු තුවක්කුවේ සිට පෙනෙන පරිදි එහි ආරෝහණ කෝණය α වන අවස්ථාවේ දී කෙලින්ම ගුවන් යානයට එල්ල වන සේ තුවක්කුවෙන් වෙඩිල්ලක් තබයි. වෙඩි උණ්ඩයේ ආරම්භක ප්‍රවේගය $kv\sec\alpha\,(k>1)$ නම් $\alpha=\tan^{-1}\left\{\dfrac{1}{v}\sqrt{\dfrac{gh}{2(k-1)}}\right\}$ වුව හොත් උණ්ඩය ගුවන් යානයේ වදින බව පෙන්වන්න. **(1980/AL)**

Scanned with CamScanner

6. උණ්ඩයක් සමතල බිමෙහි පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයක සිට 45^0 ආනතියකින් v ප්‍රවේගයෙන් වෙඩි තබනු ලැබේ. P සිට තිරස් දුරත් සිරස් දුරත් පිළිවෙළින් x, y විට උණ්ඩයේ පෙත $y = x - \frac{gx^2}{v^2}$ සමීකරණයෙන් දැක්වෙන බව සාධනය කරන්න. $x = a$ වන Q හි දී බිමෙහි වදී. P සිට 45^0 ආනතියකින් u වේගයෙන් වෙඩි තබව ලද දෙවෙනි උණ්ඩයක් Q ට සිරස් ලෙස ඉහළින් h දුරකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යයි. $u^2 = \frac{v^4}{v^2 - gh}$ බව සාධනය කරන්න. **(1981/AL)**

7. එකම තිරස් මට්ටමේ d පරතරයකින් පිහිටි X,Y ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. A හා B නම් කුඩා සුමට ගෝල දෙකක් පිළිවෙලින් X,Y සිට විසි කරයි. A සිරස් ලෙස ඉහළට u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. XY සමග $\alpha(<\pi/2)$ කෝණයක් ආනත දිශාවකට XY හරහා වූ සිරස් තලයේ එම u ප්‍රවේගයෙන්ම B ප්‍රක්ෂේප කරයි. A ට සාපේක්ෂ ලෙස B ගේ ප්‍රවේගය නියත බව පෙන්වා එහි අගයද සොයන්න. $\frac{d}{2u}\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)$ කාලයේදී ගෝල අතර දුර අඩුතම වන බව පෙන්වන්න. අඩුතම දුරද සොයන්න. **(1982/AL)**

8. ටෙනිස් බෝලයක් තිරසට α කෝණයකින් ආනත තලයක් මත පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයක සිට u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. බෝලය O හරහා යන වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව මත පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයක දී තලයෙහි වදින සේ ප්‍රක්ෂේපණ දිශාව උඩු අත් සිරසත් සමඟ θ කෝණයක් සාදයි. P ලක්ෂ්‍යය O හි මට්ටමට ඉහළින් පිහිටිය හොත් $OP = \frac{2u^2 \sin\theta \cos(\theta+\alpha)}{g\cos^2\alpha}$ බව පෙන්වන්න. OP හි විශාලම අගය ලැබෙන්නේ $\theta = \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}$ විට බව ද θ හි මේ අගය සඳහා O සිට P ට පියාසර කාලය $\frac{u}{g}\sec\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)$ බව ද පෙන්වන්න. **(1983/AL)**

9. මුහුදු මට්ටමට h උසකින් වූ කඳු මුදුනක බල කොටුවක් තිබේ. නැංගුරම්ලා ඇති නැවක වැදීමට බලකොටුවේ සිට $\sqrt{2\lambda gh}$ ප්‍රවේගයෙන් වෙඩිල්ලක් තබයි. එයට පිළිතුරු වශයෙන් නැවේ සිට බලකොටුවට වැදීමට $\sqrt{2\mu gh}$ $(\mu > 1)$ වේගයෙන් වෙඩිල්ලක් යවයි. පළමු හා දෙවන වෙඩිල්ලට ගත හැකි උපරිම තිරස් පරාස පිළිවෙලින් R_1 හා R_2 නම් $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{\lambda(\lambda+1)}{\mu(\mu-1)}}$ බව පෙන්වන්න. **(1984/AL)**

Scanned with CamScanner

10. ක්‍රිකට් පිටියක ඈත පන්දු රකින්නෙකු බිම මට්ටමේ සිට විසිකළ පන්දුවක් ඔහුට R දුරකින් සිටින කඩුලු රකින්නාගේ දෙපා මුල වැටුණි. පන්දුවේ ආරම්භක ප්‍රවේගයේ තිරස් හා සිරස් සංරචක පිළිවෙලින් u හා v නම් $uv = Rg/2$ බව පෙන්වන්න. කඩුලු රකින්නා x දුරක් පන්දු රකින්නා වෙතට දිව ගියේ නම් ඔහුට බිම සිට h උසක දී පන්දුව අල්ලා ගැනීමට හැකිවුණි. කඩුලු රකින්නාගේ දෙපාමුලට ගමන් කිරීමට පන්දුව ගත් කාලය $R\sqrt{\dfrac{2h}{gx(R-x)}}$ බව පෙන්වන්න. (1986/AL)

11. a අරයෙන් හා h ගැඹුරින් යුතු වෘත්තාකාර ලිඳක පතුලේ කේන්ද්‍රයේ මැඩියෙක් සිටියි. එයට u උපරිම වේගයකින් ඕනෑම දිශාවක් වල්ලේ උඩු අතට පැනීමට පුළුවන. $u^2 \ge g\left(h+\sqrt{h^2+a^2}\right)$ නම් මැඩියාට ලිඳෙන් ඉවතට පැනීමට හැකි බව පෙන්වන්න. මෙම අවශ්‍යතාවය සපුරාලිය හැකිනම් පතුලේ වූ ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක සිට මැඩියාට ලිඳෙන් ඉවතට පැනිය හැකි බව අපෝහනය කරන්න. (1987/AL)

12. එකිනෙකාට $9m$ දුරකින් තිරස් පොළව මත ළමුන් දෙදෙනක් සිටගෙන සිටිති. ඉන් එක් අයෙක් $2m$ උසක සිට $9ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් බෝලයක් විසි කරන අතර අනෙකා එය $1m$ උසක දී අල්ලා ගනී. පළමු ළමයා බෝලය විසි කළේ තිරසට කවර ආනතියක් සහිතව ද? පොළවට ඉහළින් බෝලය නැගිය හැකි උස $4.025m$ ඉක්මවිය නොහැකි බව පෙන්වන්න. (1988/AL)

13. ගොල්ෆ් පන්දුවකට පහර දෙනු ලබන්නේ එය තිරසට රේඩියන θ ආරෝහනයක් ඇතිව තත්පරයට මීටර් u වේගයෙන් පොළොව මත පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයකින් පිටත්වන ලෙසටය. පන්දුවේ තිරස් පරාසය $g^{-1}u^2\sin 2\theta$ බවද ළඟාවෙන උපරිම උස $\frac{1}{2}g^{-1}u^2\sin^2\theta$ බවද පෙන්වන්න. P හා එකම මට්ටමේ පිහිටි තණ තිල්ලක් මත පන්දුව වැටේ නම් පන්දුව තණ තිල්ලට වැටිය හැකි ආසන්නතම සහ දුරතම ලක්ෂ්‍යයන් පිළිවෙලින් P සිට මීටර් $\frac{\sqrt{3}}{2}g^{-1}u^2$ සහ මීටර් $g^{-1}u^2$ නම්ද $\frac{\pi}{6} \le \theta \le \frac{\pi}{3}$ බව පෙන්වන්න. තණතිල්ල මතම වැටෙන පරිදි පන්දුව වැටේ නම් පන්දුවට සේන්දු විය හැකි උපරිම උස සොයන්න. (1989/AL)

14. පොළොව මත A නම් ලක්ෂ්‍යයක සිට අංශුවක්, තිරසට θ කෝණයක ආනතියක් සහිතව $V\left(>\sqrt{gd}\right)$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. අංශුව A සිට d දුරකින් පිහිටි h උසැති කණුවක මුදුනේ ගෑවී නොගැවී ගමන් කරයි. $h = dTan\theta - \frac{gd^2}{2V^2}\left(1+Tan^2\theta\right)$ බව පෙන්වන්න. θ හි වෙනස් අගයන් සඳහා h වැඩිතම වන්නේ $Tan\theta = V^2/gd$ වන විට බව ඔප්පු කරන්න. එනයින් සම්පූර්ණ පියැසැරුමේ දී θ හි මේ අගය සඳහා අංශුව නගින උපරිම උස $\dfrac{V^6}{2g\left(V^4+g^2d^2\right)}$ බව පෙන්වන්න. (1990/AL)

15. O ලක්ෂ්‍යයක සිට ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේප කරන ලද අංශුවක, පිළිවෙලින් Ox, Oy තිරස් සහ උඩු සිරස් අක්ෂ දිශාවලට ආරම්භක ප්‍රවේගයේ සංරචක u, v වේ. අංශුව x තිරස් දුරක් චලනය වූ විට, එය ලබා ගන්නා සිරස් උස $y=\left(\frac{v}{u}\right)x-\left(\frac{g}{2u^2}\right)x^2$ බව පෙන්වන්න.අංශුව O සිට a තිරස් දුරකින් පිහිටි $\frac{a}{2}$ උස සිරස් බිත්තියක් උඩින් යමනම් යන අතර, O හරහා සිරස් තලය මත එහි පරාසය $4a$ වෙයි u, v නිර්ණය කර ප්‍රක්ෂේප දිශාව තිරස සමඟ $\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න. **(2001/AL)**

16. අංශුවක්, තිරසට α කෝණයක් සාදමින් ආරම්භක u ප්‍රවේගයෙන්, ගුරුත්වය යටතේ, ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. T කාලයකට පසුව එය, ප්‍රක්ෂේප ලක්ෂ්‍යයේ සිට S දුරකින් ප්‍රක්ෂේප දිශාවට සෘජුකෝණීව චලනය වෙමින් තිබේ.

(i) $T=\frac{u}{g\sin\alpha}$ (ii) $S=\frac{1}{2}gT^2$ බව පෙන්වන්න. **(2002/AL)**

17. බිමෙහි පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයක සිට, තිරසට $\alpha_1\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් ආනත වූ දිශාවට U ආරම්භක වේගයෙන් ගුරුත්වය යටතේ, P අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. O හි සිට d_1 සහ d_2 තිරස් දුරවල දී බිමට ඉහළින් $h\left(\le\frac{U^2}{2g}\sin^2\alpha_1\right)$ උසකින් P අංශුව තිබෙන්නේ නම්, $d_1+d_2=\frac{U^2}{g}\sin 2\alpha_1$ සහ $d_1d_2=\frac{2hU^2}{g}\cos^2\alpha_1$ බව පෙන්වන්න.

O හි සිට $OA=\frac{U^2}{2g}\sin 2\alpha_1$ තිරස් දුරක් ගෙවා ගිය පසු අංශුව උපරිම උසකට ළඟාවන බව අපෝහනය කරන්න.OA හරහා වූ සිරස් තලයේ තිරස සමඟ $\alpha_2\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයක් සාදන දිශාවට එකම U වේගයෙන් ගුරුත්වය යටතේ වෙනත් Q අංශුවක් O හි සිට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. Q අංශුව ද O සිට එකම OA තිරස් දුරකින් පිහිටි විට දී උපරිම උසකට ළඟා වූයේ නම්, $\alpha_1+\alpha_2$ සොයන්න. **(2003/AL)**

18. අංශුවක් පොළවේ පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයකින්, ගුරුත්වය යටතේ සිරසට α කෝණයකින් u වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කෙරෙයි. ඒ මොහොතේම, O හි සිට d ලම්බ දුරකින් වූ ද අංශුවෙහි සිරස් චලිත තලයට ලම්බ වූ ද සිරස් පැලැල්ලක් අංශුවෙන් ඉවතට තිරස් දිශාවක් අතර ඒකාකාරව v වේගයකින් චලනය වීමට සැලැස්වෙයි. අංශුව පොළෙවේ සිට h උසක දී පැලැල්ල හා ගැටෙයි නම්,

$u\cos\alpha>v$ හා $gd^2-2u\sin\alpha(u\cos\alpha-v)d+2h(u\cos\alpha-v)^2=0$ බව පෙන්වන්න.

$d>\frac{2u}{g}\sin\alpha(u\cos\alpha-v)$ නම්, අංශුව පැලැල්ල හා ගැටිය නොහැකි බව අපෝහනය කරන්න. **(2004/AL)**

19. A හා B යනු පොළොවේ පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකක් වෙයි. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් AB තිරස් රේඛාව ඔස්සේ යන සිරස් තලයේ AB ට $\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් ආනත වන අයුරින් $u(>0)$ ප්‍රවේගයෙන් A ලක්ෂ්‍යයෙන් ප්‍රක්ෂේප කෙරෙයි. ස්කන්ධය λm වූ දෙවැනි Q අංශුවක් එම සිරස් තලයේ ම BA ට $\left(0<\beta<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් ආනත වන අයුරින් B ලක්ෂ්‍යයේ සිට $v(>0)$ ප්‍රවේගයෙන් සමගාමී ව ප්‍රක්ෂේප කෙරෙයි. අංශු දෙක උඩු ගුවනේ දී ගැටෙයි නම්, $u\sin\alpha=v\sin\beta$ බව හා අංශු ගැටෙන තුරු ඒවාහි සිරස් ප්‍රවේග සංරචක සමාන ව පවතින බව පෙන්වන්න. ගැටුමට ක්ෂණයකට පෙර P අංශුව තිරස් ව චලනය වන්නේ නම්, ඒ මොහොතේ Q අංශුව ද තිරස් ව චලනය වන බව අපෝහනය කරන්න. තවදුරටත් A හා B ලක්ෂ්‍ය අතර දුර $\frac{u^2\sin 2\alpha}{g}$ වෙයි නම් සහ ගැටුමෙන් පසුව අංශු බද්ධ වෙයිනම්,

(i) $u\cos\alpha=v\cos\beta$ බව,

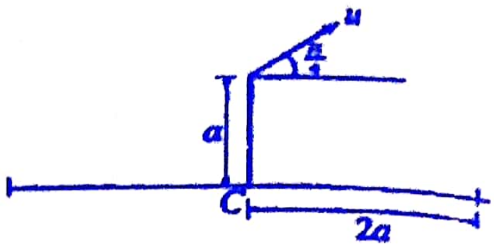
(ii) සංයුක්ත අංශුව $\left(\frac{1-\lambda}{1+\lambda}\right)u\cos\alpha$ ප්‍රවේගයෙන් තිරස් ව චලනය වීමට ආරම්භ කරන බව

(iii) සංයුක්ත අංශුව A සිට $\frac{u^2\sin 2\alpha}{(1+\lambda)g}$ දුරක දී පොළොවට වැටෙන බව, පෙන්වන්න.

Q අංශුවෙහි ස්කන්ධය P අංශුවෙහි ස්කන්ධය සමඟ සැසඳීමේ දී ගිණිය නොහැකි නම්, සංයුක්ත අංශුව B හි දී පොළොවට වැටෙන බවත්, අනෙක් අතට P අංශුවේ ස්කන්ධය Q අංශුවේ ස්කන්ධය සමඟ සැසඳීමේ දී ගිණිය නොහැකි නම්, සංයුක්ත අංශුව A හි දී පොළොවට වැටෙන බවත් පෙන්වන්න.
P හා Q අංශුවල ස්කන්ධ සමාන වෙයි නම්, සංයුක්ත අංශුව පොළොවට වැටෙන්නේ කිනම් ලක්ෂ්‍යක දී ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න. **(2005/AL)**

20. O ලක්ෂ්‍යයක සිට k උසකින් පිහිටි C නම් ලක්ෂ්‍යයේ දී තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව u ප්‍රවේගයෙන් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයක ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. ප්‍රක්ෂේපණ තලය මත O ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ තිරස් හා සිරස් රේඛා පිළිවෙළින් Ox, Oy අක්ෂ ලෙස ගනිමින් සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසියානු බණ්ඩාංක පද්ධතියක් සලකමු. t කාලයේ දී අංශුව (x,y) ලක්ෂ්‍යයේ දී පිහිටයි නම් $y=k+x\tan\theta-\frac{gx^2\sec^2\theta}{2u^2}$ බව පෙන්වන්න.
h ධන වන $A(0,h)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී තිරසට α කෝණයකින් ආනතව v ප්‍රවේගයෙන් P නම් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයක ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. එම මොහොතේම $B\left(0,\frac{h}{2}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී තිරසට $\beta(>\alpha)$ කෝණයකින් ආනතව w ප්‍රවේගයෙන් Q නම් තවත් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයේ ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. තිරස් දුර d වන ලක්ෂ්‍යයේ දී P හා Q අංශු දෙක හමුවෙයි නම්,
$v\cos\alpha=w\cos\beta$ හා $h=2d(\tan\beta-\tan\alpha)$ බව පෙන්වන්න.
අංශු හමු වීමට ගතවන කාලය $\frac{h}{2(w\sin\beta-v\sin\alpha)}$ බව ද පෙන්වන්න. **(2012/AL NEW)**

Scanned with CamScanner



21. උස a වූ සිරස් කුළුණක පාදය, තිරස් පොළව මත වූ අරය $2a$ වන වෘත්තාකාර පොකුණක C කේන්ද්‍රයේ ඇත. කුළුණ මුදුනේ සිට තිරසෙන් ඉහළට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් u වේගයක් සහිතව කුඩා ගලක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. ගල, ගුරුත්වය යටතේ නිදහසේ චලනය වී C සිට R දුරකින් C හරහා වූ තිරස් තලයෙන් වදියි. $gR^2 - u^2R - u^2a = 0$ සමීකරණය මගින් R දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

u, a, g ඇසුරින් R සොයා, $u^2 > \frac{4}{3}ga$ නම් ගල පොකුණ තුළට නොවැටෙන බව අපෝහනය කරන්න. **(2017 AL)**

Week Plan for Home Work Questions
1^{st} Week

Day - 01

1. O ලක්ෂ්‍යයෙන් තිරසට $\tan^{-1}2$ ක් ආනතව $35ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කළ වස්තුවක
   (i) උපරිම උස
   (ii) චලිත දිශාව තිරසට 45^{0} ක් ආනත විට ප්‍රක්ෂිප්තය පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයට O සිට සිරස් උස සොයන්න.

2. O ලක්ෂ්‍යයෙන් v ප්‍රවේගයෙන් තිරසට α ආනතව ප්‍රක්ෂේප කළ වස්තුවක උපරිම උසට කාලය $\dfrac{v\sin\alpha}{g}$ බව පෙන්වන්න. t $\left(t<\dfrac{v\sin\alpha}{g}\right)$ කාලයේදී වස්තුව P ලක්ෂ්‍යයක ඇත. P හිදී චලිත දිශාව තිරසට β ආනත වේ. $\tan\beta=\dfrac{v\sin\alpha-gt}{v\cos\alpha}$ බව ලබාගන්න.
   වස්තුව O තුළින් තිරස් රේඛාවේ A හි ඇති විට චලිත දිශාව තිරසට θ ආනත වේ. $\theta=-\alpha$ බව පෙන්වන්න. O සිට A ට කාලය $\dfrac{2v\sin\alpha}{g}$ බව අපෝහනය කරන්න.

Day - 02

3. O ලක්ෂ්‍යයෙන් v ප්‍රවේගයෙන් තිරසට α ආනතව ප්‍රක්ෂේප කළ වස්තුවක උපරිම උස a ද තිරස් පරාසය R ද නම් $a=\dfrac{v^2\sin^2\alpha}{2g}$ බව හා $R=\dfrac{v^2\sin2\alpha}{g}$ බව පෙන්වන්න.
   උපරිම තිරස් පරාසය b නම් $16a^2-8ba+R^2=0$ බව ලබාගන්න. $b=25\sqrt{3}$ හා $R=20$ විට උපරිම උස සඳහා අගය දෙක a_1,a_2 නම් $a_1+a_2=\dfrac{25\sqrt{3}}{2}$ බව පෙන්වන්න.

4. O ලක්ෂ්‍යයෙන් v ප්‍රවේගයෙන් තිරසට α ආනතව ප්‍රක්ෂේප කළ වස්තුවකට $\dfrac{v^2}{8g}$ වඩා සිරස් උසක් චලිත විය නොහැකි විට උපරිම තිරස් පරාසය $\dfrac{\sqrt{3}v^2}{2g}$ බව පෙන්වන්න.

Day - 03

5. අහස් යානාවක් බිම් මට්ටමට $2000m$ ක් ඉහළින් $800ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් පියාසර කරමින් සිටින විටකදී ඉලක්කයක් කරා බෝම්බයක් හෙළනු ලැබේ. ඉලක්කයේ සිට කොපමණ තිරස් දුරකින් බෝම්බය නිදහස් කළ යුතුදැයි සොයන්න. කොපමණ වේලාවකට පසු බෝම්බය ඉලක්කය කරා ලගා වේද?

Scanned with CamScanner

6. O ලක්ෂ්‍යයෙන් ප්‍රක්ෂේප කළ බෝලයක් පිළිවෙලින් b,a,b උස බිත්ති තුනක් ඉහළින් යන්නමින් චලිත වේ. බෝලයේ පෙත බිත්තිවලට ලම්භ සිරස් තලයේ පිහිටා ඇත. බිත්ති අතර දුර c වේ. මැද බිත්තියේ සිට බෝලය පොළවේ වදින ලක්ෂ්‍යයට දුර $c\sqrt{\dfrac{a}{a-b}}$ බව පෙන්වන්න.

Day - 04

7. u ප්‍රවේගයෙන් තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව O සිට වස්තුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. O සිට අංශුව එළඹෙන උපරිම උස a නම් $a=\dfrac{u^2\sin^2\theta}{2g}$ බව පෙන්වන්න. O තුළින් තිරස් තලයේ සිට $b(<a)$ සිරස් උසින් වන ලක්ෂ්‍ය දෙකක් A,B වේ. A හා B ලක්ෂ්‍ය වලදී අංශුවේ චලිත දිශාව තිරසට α ආනත වේ. $\tan^2\alpha=\left(\dfrac{a-b}{a}\right)\tan^2\theta$ බව පෙන්වන්න. උපරිම උසෙහි අංශුව ඇති විට අංශුව තිරස් දිශාවට චලිත වන බව අපෝහනය කරන්න.

Day - 05

8. $t=0$ විට O ලක්ෂ්‍යයකින් වස්තුවක් තිරසට 45^0 ආනතව u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. වස්තුවේ පියාසර කාලය , තිරස් පරාසය හා උපරිම උස ගණනය කරන්න. වස්තුවේ තිරස් හා සිරස් චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර ඇඳ ඉහත සොයන ලද අගයන් සත්‍යාපනය කරන්න.

9. O ලක්ෂ්‍යයක සිට $7\underline{i}+30\underline{j}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරන ලද වස්තුවක් $14\underline{i}+y\underline{j}$ පිහිටුම් දෛශිකය සහිත P හරහා ගමන් කරයි. O සිට P ට කාලය සොයන්න. y හි අගයද ලබාගන්න. P හි ප්‍රවේග දෛශිකයද සොයන්න.

Day - 06

10. අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට α ආනතියකින් හා v ආරම්භක ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව O හි මට්ටමේ සිට H සිරස් උසක් නගින අතර O හරහා අංශුවේ තිරස් පරාසය R වේ. $H=\dfrac{v^2}{2g}\sin^2\alpha$ හා $R=\dfrac{v^2}{g}\sin 2\alpha$ බව පෙන්වන්න. R_0 යනු උපරිම තිරස් පරාසය නම් $16H^2-8R_0H+R^2=0$ බව අපෝහනය කරන්න. $R_0=200m$ හා $R=192m$ බව දී ඇත්නම් H සඳහා වන අගයන් සොයා අනුරූප අගයන් සොයන්න.

Scanned with CamScanner

Day - 07

11. තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව ප්‍රක්ෂේපණය කරන ලද වස්තුවක් ප්‍රක්ෂේපණ ස්ථානයට a දුරක් ඇතින් පිහිටි උස b වූ බිත්තියක යන්තමින් ගැවීගෙන යන්නේ නම් වස්තුව බිත්තියට $\dfrac{ab}{a\tan\theta - b}$ දුරක් ඇතින් බිම පතිත වන බව පෙන්වන්න.

2nd Week

Day - 01

1. $2m$ උස ක්‍රීඩකයෙකු O ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට α ආනතව $v\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් යගුලිය විසි කරනු ලැබේ. O තුළින් තිරස් තලය මත පරාසය $R\ m$ වේ. α තෘප්ත කරන සමීකරණය $5R^2\tan^2\alpha - Rv^2\tan\alpha + 5R^2 - 2v^2 = 0$ බව පෙන්වන්න. α තාත්වික විට $R \le \dfrac{v}{10}\sqrt{40+v^2}$ බව පෙන්වා R හි උපරිම අගය අපෝහනය කරන්න. $g = 10ms^{-2}$ වේ. $R = 20m$ විට v හි අවම අගය සොයන්න.

Day - 02

2. OA සිරස් ආරක්ෂක කුළුණක O මූලයේ සිට හා A මුදුනේ සිට උණ්ඩ දෙකක් β හා α කෝණ වලින් ආනතව එකම මොහොතේ ප්‍රක්ෂේප වේ. කුළුණේ සිට a දුරින් වන හෙලිකොප්ටරයකට උණ්ඩ වදී. කුළුණේ උස $a(\tan\beta - \tan\alpha)$ බව පෙන්වන්න.

3. තිරස් පොළවක O ලක්ෂ්‍යයෙන් සිරස්ව ඉහළට v ප්‍රවේගයෙන් A බෝලයක් $t=0$ විට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. $t=0$ මොහොතේම O සිට a දුරින් සිටින ළමයෙක් h උසින් B බෝලයක් w ප්‍රවේගයෙන් A දෙසට තිරසට α ආනතව ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. A හා B බෝල $t=T$ විට ගැටේ නම් $w(a\sin\alpha + h\cos\alpha) = av$ බව පෙන්වන්න. $h = \sqrt{3}a$ හා $w = \dfrac{v}{2}$ විට α හි අගය 30^0 බවද ලබාගන්න. අංශු ගැටීමට කාලයද ලබාගන්න.

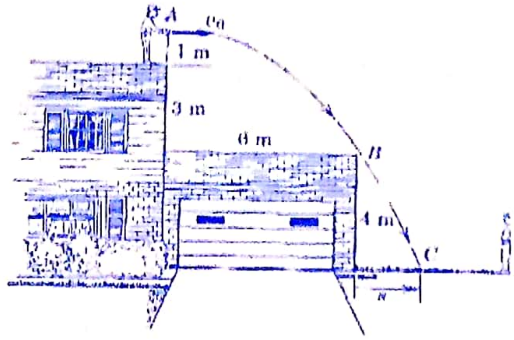
Scanned with CamScanner

Day - 03

4. තිරස් බිමට h උසකින් පිහිටි ස්ථානයක සිට ප්‍රක්ෂේපණය කරන ලද වස්තුවක් තිරස්ව a දුරකින් ඇත්ව සම බිමේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක පතිත වීමට නම් අඩුම වශයෙන් $\sqrt{g\left(\sqrt{a^2+h^2}-h\right)}$ ප්‍රවේගයකින් වස්තුව ප්‍රක්ෂේපණය කළ යුතු බව පෙන්වන්න.

5. මූල ලක්ෂ්‍යයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කළ වස්තුවක් (a,a) හා $(2a,a)$ ඛණ්ඩාංක ඔස්සේ ගමන් කරයි නම් එහි ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය සොයන්න.

Day - 04



7. වහලයක සිටින කම්කරුවෙක් රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි ආයුධයක් තවත් අයෙකුට යවනු ලැබේ. B ලක්ෂ්‍ය යන්තමින් පසුකිරීම සඳහා අවශ්‍ය වන අවම ප්‍රවේගය සොයන්න. මෙම අවස්ථාවේදී s දුර සොයන්න.

8. තිරසට කිසියම් ආනත දිශාවක් ඔස්සේ ප්‍රක්ෂේපණය කළ අංශුවක පියාසර කාලය T වේ. t කාලයකට පසු අංශුව නැගි උස $\frac{1}{2}gt(T-t)$ බව පෙන්වන්න.

Day - 05

9. උණ්ඩයක් සමතල බිමෙහි පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයක සිට 45^0 ආනතියකින් v ප්‍රවේගයෙන් වෙඩි තබනු ලැබේ. P සිට තිරස් දුරත් සිරස් දුරත් පිළිවෙළින් x, y විට උණ්ඩයේ පෙත $y=x-\frac{gx^2}{v^2}$ සමීකරණයෙන් දැක්වෙන බව සාධනය කරන්න.

මේ උණ්ඩය $x=a$ වන Q හි දී බිමෙහි වදී. P සිට 45^0 ආනතියකින් u වේගයෙන් වෙඩි තබන ලද දෙවෙනි උණ්ඩයක් Q සිට සිරස් ලෙස ඉහළින් h දුරකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යයි. $u^2=\frac{v^4}{v^2-gh}$ බව සාධනය කරන්න. **(1981/AL)**

10. තිරස් බිමට h උසකින් පිහිටි ස්ථානයක සිට තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව $\sqrt{2ga}$ ප්‍රවේගයෙන් වස්තුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. a යනු නියතයකි. g ගුරුත්වජ ත්වරණයයි. θ වල විවිධ අගයන් සඳහා ලබාගත හැකි උපරිම පරාසය සොයන්න. මෙම උපරිම පරාසයට අනුරූප ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය $\theta=$ ටැන්$^{-1}\left\{\frac{a}{a+h}\right\}^{1/2}$ මඟින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

Day - 06

11. ගොල්ෆ් පන්දුවකට පහර දෙනු ලබන්නේ එය තිරසට රේඩියන θ ආරෝහනයක් ඇතිව තත්පරයට මීටර් u වේගයෙන් පොළොව මත පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයකින් පිටත්වන ලෙසටය. පන්දුවේ තිරස් පරාසය $g^{-1}u^{2}\sin 2\theta$ බවද ළඟාවෙන උපරිම උස $\frac{1}{2}g^{-1}u^{2}\sin^{2}\theta$ බවද පෙන්වන්න.
P හා එකම මට්ටමේ පිහිටි තණ නිල්ලක් මත පන්දුව වැටේ නම් පන්දුව තණ නිල්ලට වැටිය හැකි ආසන්නතම සහ දුරතම ලක්ෂ්‍යයන් පිළිවෙලින් P සිට මීටර් $\frac{\sqrt{3}}{2}g^{-1}u^{2}$ සහ මීටර් $g^{-1}u^{2}$ නම්ද $\frac{\pi}{6}\leq\theta\leq\frac{\pi}{4}$ බව පෙන්වන්න.
තණනිල්ල මතම වැටෙන පරිදි පන්දුව වැටේ නම් පන්දුවට සේන්දු විය හැකි උපරිම උස සොයන්න. **(1989/AL)**

12. යුධ නැවක් නියත V ප්‍රවේගයෙන් ඉදිරියට යාත්‍රා කරයි. හරි කෙළින් පිටුපසට එල්ල කළ තුවක්කුවක් යුධ නැවේ සවිකර ඇත්තේ α ආරෝහණ කෝණයක් සහිතව ය. නැවට සාපේක්ෂව උණ්ඩයක ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය $\sqrt{3}V$ නම් උණ්ඩයේ තිරස් පරාසය $R=\frac{2\sqrt{3}}{g}V^{2}\left(\sqrt{3}Cos\alpha-1\right)Sin\alpha$ මගින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න. $\alpha=\frac{\pi}{6}$ විට R උපරිමයක් බව පෙන්වා උපරිම පරාසය සොයන්න.

Day - 07

13. අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට α ආනතියකින් හා v ආරම්භක ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. O හරහා තිරස් පරාසය R නම් $R=\frac{v^{2}}{g}\sin 2\alpha$ බව පෙන්වන්න. $R<\frac{v^{2}}{g}$ විට වස්තුව තිරස් පරාසය ලබාදෙන $\alpha_1,\alpha_2\left(\alpha_1<\alpha_2\right)$ ප්‍රක්ෂේපණ කෝණ දෙකක් ඇති බව පෙන්වන්න. මෙම ප්‍රක්ෂිප්ත සඳහා පියාසර කාල පිළිවෙලින් T_1,T_2 නම් $T_1T_2=2R/g$ හා $\alpha_1=30^{0}$ විට $T_2-T_1=v\left(\sqrt{3}-1\right)/g$ බවද අපෝහනය කරන්න.

Scanned with CamScanner

පාරිභාෂික ශබ්ද මාලාව
(Glossary of Technical Terms)

1. Acceleration due to gravity - ගුරුත්වජ ත්වරණය
2. Airplane/Aeroplane - අහස්යානාව
3. Angle - කෝණය
4. Angle of elevation - ආරෝහණ කෝණය
5. Basket - පැස
6. Bastille (fort) - බලකොටුව
7. Bullet - වෙඩි උණ්ඩය
8. Cartesian - කාටීසිය
9. Coefficient of restitution - ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය
10. Collision - ගැටුම
11. Component - සංරචකය
12. Equations of motion - චලිත සමීකරණ
13. Equation of the Trajectory - පරාවක්‍රයේ සමීකරණය
14. Fixed point - අචල ලක්ෂ්‍යය
15. Height - උස
16. Hill (Mountain) - කන්ද
17. Horizontal - තිරස් , තිරස
18. Impact - ගැටුම
19. Inclined plane - ආනත තලය
20. launch - දියත් කරනවා/විසි කරනවා
21. Maximum - උපරිම
22. Minimum - අවම
23. Parabola - පරාවලය
24. Pillar - කුළුණ
25. Plane - තලය
26. Position - පිහිටුම
27. Project - ප්‍රක්ෂේප කරනවා
28. Projectile - ප්‍රක්ෂිප්තය
29. Projection - ප්‍රක්ෂේපණය
30. Range - පරාසය
31. Recoile - තුවක්කුවක් වාංගු වීම
32. Relative velocity - සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය
33. Shoot - වෙඩි තබනවා
34. Time of flight - පියාසර කාලය
35. Trajectory - පරාවක්‍රය
36. Vector - දෛශිකය
37. Vertical - සිරස් , සිරස

Scanned with CamScanner