COMBINED MATHS (සංයුක්ත ගණිතය)

ත්‍රිකෝණමිතිය (Trigonometry)

Name :- .... **School :-**...

1 පහත ඒවායේ අගය සොයන්න.

(a) (i) $\sin 60^0 \cos 45^0 + \tan 60^0 \cos 30^0$ (ii) $\operatorname{cosec} 30^0 \cot 60^0 - \sin 30^0 \sec 30^0$

(iii) $\sec^2 45^0 \operatorname{cosec} 60^0 - \cot 45^0 \sin 30^0$ (iv) $\sec^2 60^0 \operatorname{cosec} 30^0 \sec 60^0$

(v) $\operatorname{cosec}^3 60^0 \sec 30^0 + 2\sin^2 30^0 \sec 60^0$ (vi) $4\sec 45^0 \cot 30^0 + 2\sin^2 30^0 \cot 60^0$

(b) (i) $\sin 120^0$ (ii) $\tan 135^0$ (iii) $\cos 150^0$ (iv) $\sin 300^0$ (v) $\sec 225^0$

(vi) $\sec 120^0$ (vii) $\sec 120^0$ (viii) $\cot 150^0$ (ix) $\sin 750^0$ (x) $\cot 2250^0$

(xi) $\sec 3645^0$ (xii) $\operatorname{cosec} 1800^0$ (xiii) $\sin 15^0$ (xiv) $\tan 75^0$ (xv) $\cos 15^0$

(xvi) $\cot 15^0$ (xvii) $\operatorname{cosec} 75^0$ (xviii) $\operatorname{cosec} 1170^0$ (xix) $\cot 1080^0$ (xx) $\sec 1875^0$

2 පහත දැක්වෙන සර්වසාම්‍ය සාධනය කරන්න.

(i) $(1-\cos^2\theta)(1+\tan^2\theta) = \tan^2\theta$ (ii) $\dfrac{\tan A + \cot B}{\cot A + \tan B} = \dfrac{\tan A}{\tan B}$

(iii) $\dfrac{1}{\cot A + \tan A} = \sin A \cos A$ (iv) $\dfrac{\operatorname{cosec}\theta}{\operatorname{cosec}\theta - 1} + \dfrac{\operatorname{cosec}\theta}{\operatorname{cosec}\theta + 1} = 2\sec^2\theta$

(v) $\dfrac{\tan A}{1-\cot A} + \dfrac{\cot A}{1-\tan A} = 1 + \sec A \operatorname{cosec} A$ (vi) $\dfrac{\sin^2\theta}{\sec\theta - 1} = \cos\theta + \cos^2\theta$

(vii) $\dfrac{1-3\cos\theta - 4\cos^2\theta}{\sin^2\theta} = \dfrac{1-4\cos\theta}{1-\cos\theta}$ (viii) $\dfrac{\cos A \operatorname{cosec} A - \sin A \sec A}{\cos A + \sin A} = \operatorname{cosec} A - \sec A$

(ix) $\dfrac{\sin^2 A}{\sec A - 1} + \dfrac{\sin^2 A}{\sec A + 1} = 2\cos A$ (x) $\dfrac{\sin^3\theta - \sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta} = \cot\theta - \cos^2\theta$

(xi) $\dfrac{\cos\theta}{\sec\theta - 1} - \dfrac{\cos\theta}{\tan^2\theta} = \cot^2\theta$ (xii) $\cot^2\theta\left(\dfrac{\sec\theta - 1}{1+\sin\theta}\right) + \sec^2\theta\left(\dfrac{\sin\theta - 1}{1+\sec\theta}\right) = 0$

(xiii) $\tan 2A - \tan A = \tan A \sec 2A$ (xiv) $\sec^6 A - \tan^6 A = 1 + 3\tan^2 A \sec^2 A$

(xv) $\sin\theta + \sin(\theta + 120^0) + \sin(\theta + 240^0) = 0$

(xvi) $2\sec^2\theta - \sec^4\theta - 2\operatorname{cosec}^2\theta + \operatorname{cosec}^4\theta = \cot^4\theta - \tan^4\theta$

(xvii) $(\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta)^2 + (\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta)^2 = 1$

(xviii) $\sin^2\alpha\cos^2\beta - \cos^2\alpha\sin^2\beta = \sin^2\alpha - \sin^2\beta$

(xix) $(\tan\alpha + \operatorname{cosec}\beta)^2 - (\cot\beta - \sec\alpha)^2 = 2\tan\alpha\cot\beta(\operatorname{cosec}\alpha + \sec\beta)$

(xx) $\left[\sqrt{\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta} - \sqrt{\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta}\right]^2 = 2(\operatorname{cosec}\theta - 1)$

3 පහත දැක්වෙන සර්වසාම්‍යයන් සාධනය කරන්න.

(i) $(\sin\theta + \cos\theta)^2 + (\sin\theta - \cos\theta)^2 = 2$ (ii) $\tan^2\theta + \tan^4\theta = \sec^4\theta - \sec^2\theta$

(iii) $\dfrac{\operatorname{cosec} A}{\cot A + \tan A} = \cos A$ (iv) $\sqrt{\dfrac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \dfrac{\tan\theta}{\sec\theta - 1}$

(v) $\dfrac{\cos\theta}{1-\tan\theta} + \dfrac{\sin\theta}{1-\cot\theta} = \sin\theta + \cos\theta$ (vi) $\dfrac{\cos\theta}{1-\tan\theta} + \dfrac{\sin\theta}{1-\cot\theta} = \sin\theta + \cos\theta$

(vii) $\dfrac{2\sin\theta\cos\theta - \cos\theta}{1-\sin\theta - \cos^2\theta + \sin^2\theta} = \cot\theta$ (viii) $(1-\cos\theta)(1+\sec\theta) = \sin\theta\tan\theta$

(ix) $\cos^6\theta + \sin^6\theta = 1 - 3\cos^2\theta\sin^2\theta$ (x) $\dfrac{\cot^2 A + 1}{\cot^2 A - 1} = \sec 2A$

(xi) $\dfrac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \dfrac{1+\sin\theta}{\cos\theta}$ (xii) $(\sin A + \cos A)(\cot A + \tan A) = \sec A + \operatorname{cosec} A$

4. පහත දැක්වෙන සර්වසමයයන් ඔප්පු කරන්න.

(i) $\dfrac{\sin\theta+\sin 2\theta}{\cos\theta-\cos 2\theta}=\cot\dfrac{\theta}{2}$

(ii) $\dfrac{\sin 7\theta-\sin 5\theta-\sin 3\theta+\sin\theta}{\cos 7\theta-\cos 5\theta+\cos 3\theta-\cos\theta}=\tan 2\theta$

(iii) $\dfrac{\sin 2A(1-\cos A)}{\cos A(1-\cos 2A)}=\tan\dfrac{A}{2}$

(iv) $\dfrac{\sin A}{1+\cos A}+\dfrac{1+\cos A}{\sin A}=2\cos ecA$

(v) $\sqrt{\dfrac{1-\sin A}{1+\sin A}}=\sec A-\tan A$

(vi) $\dfrac{\sin 2A+\sin A}{1+\cos A+\cos 2A}=\tan A$

(vii) $\dfrac{\cos\theta-1}{\sec\theta+\tan\theta}+\dfrac{\cos\theta+1}{\sec\theta-\tan\theta}=2(1+\tan\theta)$

(viii) $\dfrac{\sin 2\theta\cos\theta}{(1+\cos 2\theta)(1+\cos\theta)}=\tan\dfrac{\theta}{2}$

(ix) $\dfrac{\sin^2 A-\sin^2 B}{\sin A\cos A-\sin B\cos B}=\tan(A+B)$

(x) $\dfrac{1}{\tan 3\theta+\tan\theta}-\dfrac{1}{\cot 3\theta+\cot\theta}=\cot 4\theta$

(xi) $\left[\dfrac{1}{\sec^2\theta-\cos^2\theta}+\dfrac{1}{\cos ec^2\theta-\sin^2\theta}\right]\cos^2\theta\sin^2\theta=\dfrac{1-\cos^2\theta\sin^2\theta}{2+\cos^2\theta\sin^2\theta}$

(xii) $(\sin\theta+\cos ec\theta)^2+(\cos\theta+\sec\theta)^2=\tan^2\theta+\cot^2\theta+7$

(xiii) $\sin^2\theta\tan\theta+\cos^2\theta\cot\theta+2\sin\theta\cos\theta=\tan\theta+\cot\theta$

5. පහත දැක්වෙන ඒවා ඔප්පු කරන්න.

(i) $16\sin 20^0\sin 40^0\sin 60^0\sin 80^0=3$

(ii) $\sin 8\theta=8\sin\theta\cos\theta\cos 2\theta\cos 4\theta$

(iii) $\tan\theta+\cot\theta=2\cos ec 2\theta$

(iv) $\tan 3A-\tan 2A-\tan A=\tan 3A\tan 2A\tan A$

(v) $\sin A\sin(60^0-A)\sin(60^0+A)=\dfrac{1}{4}\sin 3A$

(vi) $\cos^3 2A+3\cos 2A=4(\cos^6 A-\sin^6 A)$

(vii) $\sqrt{\sec^2 A+\cos ec^2 A}=\tan A+\cot A$

(viii) $(\sin x+\sec x)^2+(\cos x+\cos ecx)^2=(1+\sec x\cos ecx)^2$

(ix) $\tan x(1-\cot^2 x)+\cot x(1-\tan^2 x)=0$

(x) $\sin 78^0-\sin 18^0+\cos 132^0=0$

6. පහත ඒවා සාධනය කරන්න.

(i) $\dfrac{\cos 2\theta}{\sec\theta}-\dfrac{\sin 2\theta}{\cos ec\theta}=\cos 3\theta$

(ii) $\dfrac{\tan(A-B)+\tan B}{1-\tan(A-B)\tan B}=\tan A$

(iii) $\cot(\alpha-\beta)=\dfrac{\cot\alpha\cot\beta+1}{\cot\beta-\cot\alpha}$

(iv) $\dfrac{\sin 2\theta}{\sin 3\theta}+\dfrac{\cos 2\theta}{\cos 3\theta}=2\sin 5\theta\cot ec 6\theta$

(v) $\dfrac{\cos\theta-\sin\theta}{\cos\theta+\sin\theta}=\sec 2\theta-\tan 2\theta$

(vi) $\cos^6\theta+\sin^6\theta=1-\dfrac{3}{4}\sin^2 2\theta$

(vii) $\cos\theta+\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}-\theta\right)+\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}+\theta\right)=0$

(viii) $\sin 3\theta+2\sin 4\theta+\sin 5\theta=4\cos^2\dfrac{\theta}{2}\sin 4\theta$

(ix) $\sin(A+B)\sin(A-B)=\sin^2 A-\sin^2 B$

(x) $\sin^2 10^0+\sin^2 50^0+\sin^2 70^0=\dfrac{3}{2}$

7. පහත දැක්වෙන සර්වසාම්‍ය සාධනය කරන්න.

(i) $\dfrac{\sin 7\theta-\sin 5\theta}{\cos 7\theta+\cos 5\theta}=\tan\theta$

(ii) $\dfrac{\sin 3A+\sin A}{\cos 3A+\cos A}=\tan 2A$

(iii) $\dfrac{1+\cos\theta+\cos\theta/2}{\sin\theta+\sin\theta/2}=\cot\theta/2$

(iv) $\dfrac{\cos 7\theta+\cos 3\theta-\cos 5\theta-\cos\theta}{\sin 7\theta-\sin 3\theta-\sin 5\theta+\sin\theta}=\cot 2\theta$

(v) $\dfrac{\sin\theta+\sin 2\theta+\sin 4\theta+\sin 5\theta}{\cos\theta+\cos 2\theta+\cos 4\theta+\cos 5\theta}=\tan 3\theta$

(vi) $2\cos\dfrac{\pi}{13}\cos\dfrac{9\pi}{13}+\cos\dfrac{3\pi}{13}+\cos\dfrac{5\pi}{13}=0$

(vii) $\dfrac{\cot A}{\cot A-\cot 3A}+\dfrac{\tan A}{\tan A-\tan 3A}=1$

(viii) $4\cos\theta\cos\left[\dfrac{2\pi}{3}+\theta\right]\cos\left[\dfrac{2\pi}{3}-\theta\right]=\cos 3\theta$

අලස කම, හීන වීර්යය කුසීතකම, දුක්විඳීමට මාර්ග වේ.

8. පහත සර්වසාම්‍ය සාධනය කරන්න.

(i) $\tan(45^0-\theta)=\dfrac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta}$

(ii) $\cot(45^0+A)=\dfrac{\cot A-1}{\cot A+1}$

(iii) $2\cos\left(\dfrac{\pi}{4}+\theta\right)\cos\left(\dfrac{\pi}{4}-\theta\right)=1-2\sin^2\theta$

(iv) $3-4\cos 2A+\cos 4A=8\sin^4 A$

(v) $\dfrac{\sin 2\theta-\sin 3\theta+\sin 4\theta}{\cos 2\theta-\cos 3\theta+\cos 4\theta}=\tan 3\theta$

(vi) $\sin^4\theta+\cos^4\theta=\dfrac{1}{2}(1+\cos^2 2\theta)$

(vii) $\dfrac{\cos 3\theta-\cos\theta}{\sin 3\theta-\sin\theta}+\dfrac{\cos 2\theta-\cos 4\theta}{\sin 4\theta-\sin 2\theta}=\dfrac{\sin\theta}{\cos 2\theta\cos 3\theta}$

(viii) $\cos 3\beta\cos(2\beta+\theta)-\sin 3\beta\sin(2\beta+\theta)=\cos(5\beta+\theta)$

(ix) $\dfrac{1}{\tan 3A-\tan A}-\dfrac{1}{\cot 3A-\cot A}=\cot 2A$

(x) $\cos(B+C-A)-\cos(C+A-B)+\cos(A+B-C)-\cos(A+B+C)=4\sin A\cos B\sin C$

(xi) $\dfrac{\cos(\alpha-3\beta)-\cos(3\alpha+\beta)}{\sin(3\alpha+\beta)+\sin(\alpha-3\beta)}=\tan(\alpha+2\beta)$

(xii) $\sin(B-C)\cos(A-D)+\sin(C-A)\cos(B-D)+\sin(A-B)\cos(C-D)=0$

9. පහත සර්වසාම්‍ය සාධනය කරන්න.

(i) $(1+\cot\theta-\cos ec\theta)(1+\tan\theta+\sec\theta)=2$

(ii) $\cos^2 4\theta-\cos^2 2\theta+\sin 6\theta\sin 2\theta=0$

(iii) $2-2\cos 2\theta-\sin^2 2\theta=4sni^4\theta$

(iv) $\cos^2\left(\dfrac{\pi}{8}-\theta\right)-\cos^2\left(\dfrac{\pi}{8}+\theta\right)=\dfrac{\sin 2\theta}{\sqrt{2}}$

(v) $\dfrac{\sin(A-B)}{\cos A\cos B}+\dfrac{\sin(B-C)}{\cos B\cos C}+\dfrac{\sin(C-A)}{\cos C\cos A}=0$

(vi) $\dfrac{(\cos\theta-\cos 3\theta)(\sin 8\theta+\sin 2\theta)}{(\sin 5\theta-\sin\theta)(\cos 4\theta-\cos 6\theta)}=1$

(vii) $\cos 6\theta=32\cos^6\theta-48\cos^4\theta+18\cos^2\theta-1$

(viii) $\sin^2(\alpha+\theta)+\sin^2(\beta+\theta)=1-\cos(\alpha-\beta)\cos(\alpha+\beta+2\theta)$

(ix) $\cos\theta-2\cos 3\theta+\cos 5\theta=2\sin\theta(\sin 2\theta-\sin 4\theta)$

(x) $\sin(n+1)\theta\sin(n-1)\theta+\cos(n+1)\theta\cos(n-1)\theta=\cos 2\theta$

(xi) $(\cos\theta-\cos\alpha)^2+(\sin\theta-\sin\alpha)^2=4\sin^2\dfrac{\theta-\alpha}{2}$

(xii) $\dfrac{1}{\cos ec\theta-\cot\theta}-\dfrac{1}{\sin\theta}=\dfrac{1}{\sin\theta}-\dfrac{1}{\cos ec\theta+\cot\theta}$

(xiii) $\sin^8\alpha-\cos^8\alpha=(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)(2\sin^2\alpha\cos^2\alpha-1)$

(xiv) $\sin\theta(\cos 2\theta+\cos 4\theta+\cos 6\theta)=\sin 3\theta\cos 4\theta$

10. පහත ඒවා සාධනය කරන්න.

(i) $\dfrac{1+\sin 2c-\cos 2c}{1+\sin 2c+\cos 2c}=\tan c$

(ii) $\dfrac{3+4\cos 2A+\cos 4A}{3-4\cos 2A+\cos 4A}=\cot^4 A$

(iii) $\dfrac{\tan 3A-2\tan 2A+\tan A}{4(\tan 3A-\tan 2A)}=\sin^2 A$

(iv) $\cos 20^0\cos 40^0\cos 60^0\cos 80^0=\dfrac{1}{16}$

(v) $2\cos 2A+\sin^2 2A+4\sin^4 A=2$

(vi) $\cos ec\theta-2\cot 2\theta\cos\theta=2\sin\theta$

(vii) $\sin^2 A+\sin^2 B-\sin^2(A-B)=2\sin A\sin B\cos(A-B)$

(viii) $\sin\theta(\cot\theta+5)(5\cot\theta+1)=5\cos ec\theta+26\cos\theta$

(ix) $\dfrac{\sin(A-B)}{\cos A\cos B}+\dfrac{\sin(B-C)}{\cos B\cos C}+\dfrac{\sin(C-A)}{\cos C\cos A}=0$

(x) $\cos 2\theta\cos\dfrac{\theta}{2}-\cos 3\theta\cos\dfrac{9\theta}{2}=Sin 5\theta\sin\dfrac{5\theta}{2}$

(xi) $(1+\cot\theta+\tan\theta)(\sin\theta-\cos\theta)=\dfrac{\sec\theta}{\cos ec^2\theta}-\dfrac{\cos ec\theta}{\sec^2\theta}$

(11) පහත ඒවා සාධනය කරන්න.

(i) $\sin 105^0 + \cos 105^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (ii) $\tan\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)\tan\left(\frac{3\pi}{4}+\theta\right) = -1$

(iii) $\cos\alpha + \cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) = 0$ (iv) $\frac{\tan\left(\frac{\pi}{4}+x\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right)} = \left(\frac{1+\tan x}{1-\tan x}\right)^2$

(v) $\frac{\tan^2 2\theta - \tan^2\theta}{1-\tan^2 2\theta\tan^2\theta} = \tan 3\theta \tan\theta$ (vi) $\sin^2\left(\frac{\pi}{8}+\frac{A}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{8}-\frac{A}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin A$

(vii) $\cos^2 A + \cos^2 B - 2\cos A\cos B\cos(A+B) = \sin^2(A+B)$

(viii) $\sin^2 A + \sin^2(A-B) - 2\sin A\cos B\sin(A-B) = \sin^2 B$

(ix) $Sin^3\theta + \sin^3\left(\theta+\frac{2\pi}{3}\right) + \sin^3\left(\theta+\frac{4\pi}{3}\right) = \frac{-3}{4}\sin 3\theta$

(12) (i) $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1-\tan A\tan B}$ භාවිතා කොට $\tan 2\theta$ සඳහා ප්‍රකාශනය ලබාගෙන එමගින් $\tan 15^0$ සහ $\tan 22\frac{1}{2}^0$ අගයන් සොයන්න.

(ii) $(\sin\theta + \cos ec\theta)^2 + (\cos\theta + \sec\theta)^2 - 7 = \tan^2\theta + \cot^2\theta$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin\alpha\sin\beta} + \frac{\sin(\beta-\gamma)}{\sin\beta\sin\gamma} + \frac{\sin(\gamma-\alpha)}{\sin\gamma\sin\alpha} = 0$ බව පෙන්වන්න.

(13) (i) $3(\sin\theta - \cos\theta)^4 + 6(\sin\theta + \cos\theta)^2 + 4(\sin^6\theta + \cos^6\theta)$ යන්න θ වලින් ස්වායක්ත බව පෙන්වන්න.

(ii) $\cos^2\theta + \cos^2\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right) - \cos\theta\cos\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right) = \frac{3}{4}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $\sin^2\frac{\pi}{8} + \sin^2\frac{3\pi}{8} + \sin^2\frac{5\pi}{8} + \sin^2\frac{7\pi}{8} = 2$ බව පෙන්වන්න.

(14) (අ) θ ඉවත් කිරීමෙන් a හා b අතර සම්බන්ධතාවයක් ලබාගන්න.

(i) $\sin\theta = a$ හා $\sec = b$ (ii) $\cos\theta = 2a$ හා $\cot\theta = b$

(iii) $\cos\theta - \sin\theta = a$ හා $1-\sin\theta\cos\theta = b$ (iv) $\tan\theta + \cot\theta = a$ හා $\sin\theta - \cos\theta = b$

(ආ) (i) $a\cos\theta + b\sin\theta = c$ හා $b\cos\theta + c\sin\theta = a$ වේ. $(bc-a^2)^2 + (ab-c^2)^2 = (b^2-ac)^2$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $1+\cos\theta+\sin\theta = x$ හා $2-\sin\theta\cos\theta = y$ නම් $x^2 - 2x + 2y = 4$ වන බව පෙන්වන්න.

(iii) $a\sin\theta + b\cos\theta = x$ හා $b\sin\theta - a\cos\theta = y$ නම් $a^2 + b^2 = x^2 + y^2$ බව පෙන්වන්න.

(15) (i) $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1-\tan A\tan B}$ යන්න නැවත නැවත ලිවීමෙන්

$\tan(\theta_1+\theta_2+\theta_3) = \frac{\tan\theta_1 + \tan\theta_2 + \tan\theta_3 - \tan\theta_1\tan\theta_2\tan\theta_3}{1-\tan\theta_1\tan\theta_2 - \tan\theta_2\tan\theta_3 - \tan\theta_1\tan\theta_3}$ බව පෙන්වන්න. එමගින් $\tan 3\theta$ හි අගය ලබා ගන්න.

(ii) (a) $\cos ec\theta = 3$ නම්, $\frac{4\cot^2\theta + 2\tan^2\theta}{6\sin^2\theta - 8\sec^2\theta}$ හි අගය සොයන්න

(b) $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$ ලෙස ගෙන $\cos^2\theta = \frac{1}{2}(1+\cos 2\theta)$ බව ද $\sin^2\theta = \frac{1}{2}(1-\cos 2\theta)$ බව ද පෙන්වන්න. එමගින්,

$\sin 22\frac{1}{2}^0 = \frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}, \cos 22\frac{1}{2}^0 = \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$ බව ද $\tan 22\frac{1}{2}^0 = \sqrt{2}-1$ බව ද පෙන්වන්න.

වැඩි කථාබහින් බොහෝවිට පිළිඹිබු වන්නේ ක්‍රියාකාරීත්වයේ හීන බවයි

16 (i) $\cos 3\theta \equiv \cos\theta(2\cos 2\theta - 1)$ බව පෙන්වන්න. එනයින් $\alpha = \frac{2\pi}{41}$ විට,

$(2\cos 11\alpha - 1)(2\cos 17\alpha - 1)(2\cos 31\alpha - 1)(2\cos 33\alpha - 1) = 1$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $n \in Z$ විට, $\theta \neq n\pi$ සඳහා $\cos ec\theta + \cot\theta = \cot\theta/2$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $\cos ec(2\pi/7) + \cos ec(4\pi/7) + \cos ec(8\pi/7)$ හි අගය සොයන්න.

17 (i) α කෝණය කොටස් දෙකකට බෙදා ඇත්තේ ඒවායේ ටැංජන වල අනුපාතය λ වන සේය. එම කොටස් දෙකෙහි අන්තරය වන $\theta, \sin\theta = \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1}\sin\alpha$ මගින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

(ii) $SinB = k\sin(A - B)$ නම් $\tan\left(\frac{2B - A}{2}\right) = \frac{k-1}{k+1}\tan\frac{A}{2}$ බව ද පෙන්වන්න.

(iii) $\tan\beta = \frac{n\sin\alpha\cos\alpha}{1 - n\sin^2\alpha}$ නම් $\tan(\alpha - \beta) = (1 - n)\tan\alpha$ බව පෙන්වන්න.

18 $A + B + C = \pi$ නම් පහත ඒවා සාධනය කරන්න.

(i) $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A\tan B\tan C$ (ii) $\tan\frac{A}{2}\tan\frac{B}{2} + \tan\frac{B}{2}\tan\frac{C}{2} + \tan\frac{C}{2}\tan\frac{A}{2} = 1$

(iii) $\cos(A - B) - \cos C = 2\cos A\cos B$ (iv) $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4\sin A\sin B\sin C$

(v) $\frac{\sin A + \sin B - \sin C}{\sin A + \sin B + \sin C} = \tan\frac{A}{2}\tan\frac{B}{2}$ (vi) $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - 2\cos A\cos B\cos C$

(vii) $\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}$

(viii) $\sin 2A - \sin 2B + \sin 2C = 4\cos A\sin B\cos C$

(ix) $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = -1 - 4\cos A\cos B\cos C$

(x) $4\cos\left(\frac{\pi - A}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi - B}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi - C}{4}\right) = \cos\frac{A}{2} + \cos\frac{B}{2} + \cos\frac{C}{2}$

(xi) $\frac{\cot B = \cot C}{\tan B + \tan C} + \frac{\cot C + \cot A}{\tan C + \tan A} + \frac{\cot A + \cot B}{\tan A + \tan B} = 1$

(xii) $Sin^3 A + Sin^3 B + Sin^3 C = 3Cos\,{}^{A}\!/_{2}\,Cos\,{}^{B}\!/_{2}\,Cos\,{}^{C}\!/_{2} + Cos\,{}^{3A}\!/_{2}\,Cos\,{}^{3B}\!/_{2}\,Cos\,{}^{3C}\!/_{2}$

19 $A + B + C = \pi/2$ නම් පහත ඒවා සාධනය කරන්න.

(i) $\tan A\tan B + \tan B\tan C + \tan A\tan C = 1$

(ii) $\cot A + \cot B + \cot C = \cot A\cot B\cot C$

(iii) $\sin A\cos(B + C) - \sin B\cos(A + C) = \cos C\sin(A - B)$

(iv) $\frac{\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C}{\sin 2A + \sin 2B - \sin 2C} = \cot A\cot B$

(v) $\frac{\sin A + \sin B + \sin(A + B)}{\sin A + \sin B - \sin(A + B)} = \cot A/2\cot B/2$

20 (i) $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma + \cos(\alpha + \beta + \gamma) = 4\cos\frac{\alpha + \beta}{2}\cos\frac{\beta + \gamma}{2}\cos\frac{\gamma + \alpha}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\sin\theta = n\sin(\theta + 2\alpha)$ නම් $\tan(\theta + \alpha) = \frac{1 + n}{1 - n}\tan\alpha$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $\sin(y + z - x) + \sin(z + x - y) + \sin(x + y - z) - \sin(x + y + z) = 4\sin x\sin y\sin z$ බව පෙන්වන්න.

21 $f(\theta) = \frac{1 + \sin 2\theta}{5 + 4\cos 2\theta}$ යයි ගනිමු. θ යන්න $\frac{\pi}{2}$ හි ඔත්තේ ගුණාකාරයක් නොවේ නම් $\frac{(a + \tan\theta)^2}{b + \tan^2\theta}$ ආකාරයට $f(\theta)$ ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි a හා b නිර්ණය කලයුතු නියත වේ. θ හි සියළු අගයන් සඳහා $0 \leq f(\theta) \leq \frac{10}{9}$ බව පෙන්වන්න.

22 (i) $\dfrac{\cos 2A\cos 3A-\cos 2A\cos 7A+\cos A\cos 10A}{\sin 4A\sin 3A-\sin 2A\sin 5A+\sin 4A\sin 7A}=\cot 5A\cot 6A$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\sin 2A = k\sin 2B$ නම් $\dfrac{\tan(A+B)}{\tan(A-B)}=\dfrac{\kappa+1}{k-1}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $\dfrac{\sin(\theta+\phi)-2\sin\theta+\sin(\theta-\phi)}{\cos(\theta+\phi)-2\cos\theta+\cos(\theta-\phi)}=\tan\theta$ බව පෙන්වන්න.

23 (i) $\cot 4x(\sin 5x+\sin 3x)=\cot x(\sin 5x-\sin 3x)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\dfrac{(\sin 7x+\sin 5x)+(\sin 9x+\sin 3x)}{(\cos 7x+\cos 5x)+(\cos 9x+\cos 3x)}=\tan 6x$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $\cos A+\cos B=\dfrac{1}{2}$ සහ $\sin A+\sin B=\dfrac{1}{4}$ නම් $\tan\left(\dfrac{A+B}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

24 (i) $\cos^3 A+\cos^3(120^0+A)+\cos^3(240^0+A)=\dfrac{3}{4}\cos 3A$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\sin\dfrac{\pi}{14}\sin\dfrac{3\pi}{14}\sin\dfrac{5\pi}{14}\sin\dfrac{7\pi}{14}\sin\dfrac{9\pi}{14}\sin\dfrac{11\pi}{14}\sin\dfrac{13\pi}{14}=\dfrac{1}{64}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $\cos\theta=\dfrac{1}{2}\left(a+\dfrac{1}{a}\right)$ නම් $\cos 2\theta=\dfrac{1}{2}\left(a^2+\dfrac{1}{a^2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

25 (i) $\tan 4A=\dfrac{4\tan A(1-\tan^2 A)}{1-6\tan^2 A+\tan^4 A}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\dfrac{\tan^2\theta}{\tan^2\theta-1}+\dfrac{\operatorname{cosec}^2\theta}{\sec^2\theta-\operatorname{cosec}^2\theta}=-\sec 2\theta$

(iii) $2\tan\alpha=3\tan\beta$ නම් $\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\sin 2\beta}{5-\cos 2\beta}$ බව පෙන්වන්න.

26 (i) $\dfrac{\cos^3\theta-\cos 3\theta}{\cos\theta}+\dfrac{\sin^3\theta+\sin 3\theta}{\sin\theta}=3$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\sin\theta=\dfrac{1}{2}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$ නම් $\sin 3\theta+\dfrac{1}{2}\left(x^3+\dfrac{1}{x^3}\right)=0$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $\cos^4\dfrac{\pi}{8}+\cos^4\dfrac{3\pi}{8}+\cos^4\dfrac{5\pi}{8}+\cos^4\dfrac{7\pi}{8}=\dfrac{3}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(iv) $\sin^2(A+B)-\sin^2(A-B)=\sin 2A\sin 2B$ බව පෙන්වන්න.

(v) $\cos 2\theta\cos 2\phi+\sin^2(\theta-\phi)-\sin^2(\theta+\phi)=\cos(2\theta+2\phi)$ බව පෙන්වන්න.

(vi) $\dfrac{\tan(A+B)}{\cot(A-B)}=\dfrac{\sin^2 A-\sin^2 B}{\cos^2 A-\sin^2 B}$ බව පෙන්වන්න.

27 $\cos x+\lambda\cos 3x+\cos 5x=(4\cos^2 x+\lambda-2)\cos 3x$ බව සාධනය කරන්න. එනයින්,
(i) $\lambda>2$ (ii) $\lambda<-2$ (iii) $\lambda=1$ අවස්ථා සඳහා $\cos x+\lambda\cos 3x+\cos 5x=0$ සමීකරණය $(0\le x\le 2\pi)$ විසඳන්න.

28 පහත සමීකරණ වල සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

(i) $\sin 3x+\sin 5x-\sin 4x=0$ (ii) $\cos x+\cos 2x+\cos 3x=0$

(iii) $\cos x-\cos 2x-\sin 3x=0$ (iv) $\sin x+\sin 2x+\sin 3x=0$

(v) $2\sin^2 x+\sqrt{3}\cos x+1=0$ (vi) $2\sqrt{3}\cos^2 x-\sin x=0$

(vii) $\sec^2 x+(\sqrt{3}+1)\tan x+\sqrt{3}-1=0$ (viii) $\sin 2x-\sin x-2\cos x+1=0$

වලකා ගැනිම සුවපත් කිරීමට වඩා හොඳය

(29) පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණමිතික සමීකරණ θ හි සාධාරණ අගයන් සඳහා විසඳන්න.

(i) $\sin 3\theta = \cos 5\theta$ (ii) $\tan^2 3\theta = \cot^2 \beta$ (iii) $\sin 5\theta + \sin\theta = 0$

(iv) $\cos 2\theta = \cos^2\theta$ (v) $\cos\theta - \sin 3\theta = \cos 2\theta$ (vi) $\sin\theta + \sin 7\theta = \sin 4\theta$

(vii) $\tan\theta = -\cot 2\theta$ (viii) $\tan^2 2\theta = \tan^2\theta$ (ix) $\sin^2\theta = \cos^2\beta$

(x) $\sin^2\theta + (\sqrt{3}+1)\sin\theta\cos\theta + \sqrt{3}\cos^2\theta = 0$

(xi) $2\sec^2\theta = 5\tan\theta$ (xii) $\sin 3\theta + \sin 5\theta = \sin 4\theta$ (xiii) $\sin\theta - 2\sin^2\theta = 0$

(xiv) $\cos\theta - \cos^2\theta = 0$ (xv) $\cos^2\theta + \sin\theta\cos\theta + 2\sin^2\theta = 1$

(30) පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණමිතික සමීකරන වල 0 සහ 2π අතර විසඳුම් සොයන්න.

(i) $\sin 2x = \cos 3x$ (ii) $\tan^2 x - 3\tan x + 2 = 0$

(iv) $\sin x + \sin 2x + \sin 4x = 0$ (v) $\cos 2\theta - \tan\theta - 1 = 0$

(vi) $\sin 2\theta - \sin\theta - 2\cos\theta + 1 = 0$ (vii) $\cos 3\theta + 2\cos 2\theta + 2 = 0$

(viii) $\tan x = 2 + \tan 3x$ (ix) $2\sin^2\theta + 3\cos\theta + 1 = 0$

(x) $\cos 2\theta - \cos\theta - \sin\theta = 0$ (xi) $\cos 3\theta + \cos\theta = \sin 2\theta$

(xii) $\cos 3\theta - 4\cos 2\theta + 2\cos\theta + 1 = 0$ (xiii) $\sec^2\theta + 3\cos ec^2\theta - 8 = 0$

(31) පහත දැක්වෙන සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $2\cos^2\theta + \sin\theta + 1 = 0$ (ii) $8\sin^2\theta + 6\cos\theta - 9 = 0$

(iii) $\cot^2\theta - 1 = \cos ec\theta$ (iv) $\sec\theta + 2\cos\theta = 5$

(v) $\cos ec\dfrac{x}{3} - \sec x = 0$ (vi) $\sin 5\theta\cos 3\theta - \sin 6\theta\cos 2\theta = 0$

(vii) $\sin 2x\cos x + \cos 2x\sin x = \dfrac{1}{2}$ (viii) $\sec^2\theta + \tan^2\theta = 1$

(ix) $\sin 2\theta - 2\sin\theta + \cos\theta - 1 = 0$ (x) $\cos 5\theta - \cos 3\theta = 2\cos 4\theta\sin\theta$

(32) (i) $t = \tan\dfrac{\theta}{2}$ නම් $\cos\theta$ හා $\sin\theta$ හි අගයන් t ඇසුරින් ලබාගන්න.

$11\cos\theta + 7\sin\theta = 13$ සමීකරණයෙහි θ හි අගයන් O^0 හා 360^0 අතර සොයන්න.

(ii) $a\cos\theta + b\sin\theta$ යන්න $R\cos(\theta-\alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. එනයින්,

$-14 \le 10\cos\theta + 6\cos(\theta + 60^0) \le 14$ වන බව පෙන්වන්න.

(33) (a) $t = \tan\dfrac{\theta}{2}$ නම් $\cos\theta = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$ හා $\sin\theta = \dfrac{2t}{1+t^2}$ බව පෙන්වන්න. (මෙහි θ යන්න π හි ඔත්තේ ගුණාකාරයක් නොවේ) ඒනයින්, $\sin\theta - (2-\sqrt{3})\cos\theta = 1$ සමීකරණය විසඳන්න.

(b) $\sin 3x + \sin x = 2\sin x\cos x$ හි සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

(c) $\sin 4\theta\cos 2\theta = \sin 5\theta\cos 3\theta$ සමීකරණය තෘප්ත කරන $\dfrac{\pi}{2}$ ට අඩු θ හි සියළු අගයන් සොයන්න.

(34) (i) $2(\sin^6\theta + \cos^6\theta) - 3(\sin^4\theta + \cos^4\theta)$ ත්‍රිකෝණමිතික ප්‍රකාශනය θ ගෙන් ස්වායක්ත බව සාධනය කරන්න. එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින්, $2(\sin^6 x + \cos^6 x) - 3(\sin^4 x + \cos^4 x) = x^2 - 2x$ සමීකරණය විසඳන්න.

(ii) $5\sin^2\theta + \sin\theta\cos\theta - 3 = 0$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම ලබාගන්න.

(35) පහත සමීකරණ විසඳන්න

(i) $\sqrt{3}\sin x - \cos x = \sqrt{2}$ (ii) $5\cos 2x - 12\sin 2x = 13\cos x$

(iii) $7\cos x + 24\sin x = \dfrac{-25}{2}$ (iv) $5\cos 3x - 12\sin 3x = 13\sin x$

(v) $\sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x = -2$ (vi) $3\cos x + 4\sin x = 5$

36 (i) $\tan 3x = \dfrac{3\tan x - \tan^3 x}{1-3\tan^2 x}$ බව පෙන්වන්න. $\tan x + \tan\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right) + \tan\left(x+\dfrac{2\pi}{3}\right)$ යන්න $\tan 3x$ ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න.

එනයින්, $\tan x + \tan\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right) + \tan\left(x+\dfrac{2\pi}{3}\right) = 3$ සමීකරණයෙහි සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(ii) $\lambda(>0)$ සඳහා μ යනු තාත්වික නියත යයි ද $f(\theta) = \cos\theta + \lambda\sin\theta + \mu$ යයිද ගනිමු. $f(\theta)$ හි උපරිම හා අවම අගයන් පිළිවෙලින් 7 හා 3 බව දී ඇත. λ හා μ සොයන්න.

λ හා μ හි මෙම අගයන් සඳහා $f(\theta) = 6$ විසඳන්න.

37 $\cos 2\theta = \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - 2\theta\right)$ ලෙස ලිවීමෙන් $\sin 3\theta - \cos 2\theta = 0$ සමීකරණය තෘප්ත කරන 0 හා 2π අතර විසඳුම් සොයන්න.

මෙම සමීකරණයෙහි $\sin\theta$ මගින් ප්‍රකාශ කිරීමෙන් $4x^3 - 2x^2 - 3x + 1 = 0$ හි මූල 1, $\sin 18^0$, හා $-\sin 54^0$ බව පෙන්වන්න.

එමගින් $\sin 18^0$ හා $-\sin 54^0$ මූල වන පූර්ණ සංඛ්‍යාමය සංගුණකයන්ගෙන් යුත් වර්ගජ සමීකරණය ලබා ගන්න.

එය විසඳීමෙන් $\sin 18^0$ අගය සොයන්න.

38 (a) θ හි කවර අගයක් සඳහා වුවද $\dfrac{2\cos\theta - 3\sin\theta + 5}{3\cos\theta + 2\sin\theta + 1}$ ප්‍රකාශනයට $\dfrac{-3}{2}$ සහ $\dfrac{2}{3}$ අතර කිසිදු අගයක් ගත නොහැකි බව සාධනය කරන්න.

θ_1 හා θ_2 යනු ඉහත ප්‍රකාශනයේ අගය 3 වන සේ වූ, 0 සහ 2π අතර පිහිටි θ හි අගය දෙකක් නම්, $\tan(\theta_1 + \theta_2)$ හි අගය සොයන්න.

(b) $0 < \theta < 2\pi$ හා $\sin 2\theta - \sin\theta = \cos\theta - \cos 2\theta$ නම්, $\tan\dfrac{3\theta}{2} = 1$ බව පෙන්වන්න. එනයින්, $0 < \theta < 2\pi$ පරාසය තුළ $\sin\theta + \cos\theta = \sin 2\theta + \cos 2\theta$ සමීකරණයේ විසඳුම් සියල්ල සොයන්න.

39 (a) $f(\theta) = \dfrac{1-\cos\theta}{4\sin\theta - 3\cos\theta + 6}; \theta \in \Re$ යයි ගනිමු.

(i) සියලු θ සඳහා $0 \le f(\theta) \le \dfrac{6}{11}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $[0, 2\pi]$ හි වූ සියළු විසඳුම් දෙමින් $f(\theta) = \dfrac{2}{9}$ සමීකරණය විසඳන්න.

(b) $A + B + C = \pi$ නම්, $\dfrac{\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C}{\sin A + \sin B + \sin C} = 8Sin\dfrac{A}{2}\sin\dfrac{B}{2}\sin\dfrac{C}{2}$ බව පෙන්වන්න.

40 (a) $\sin(\alpha+\beta) = k\sin(\alpha-\beta)$ නම් $(k-1)\tan\alpha = (k+1)\tan\beta$ බව පෙන්වන්න.

(b) θ හි සියළු තාත්වික අගය සඳහා $19 \ge \sin^2\theta - 24\sin\theta\cos\theta + 11\cos^2\theta \ge -7$ බව සාධනය කරන්න.

41 $\sec^2\theta + \tan^4\theta = 7$ සමීකරණය විසඳන්න.

$\cos 4\theta$ ඇසුරින්, $\sin^4\theta + \cos^4\theta$ ප්‍රකාශ කරන්න.

එනයින් $12(\sin^4\theta + \cos^4\theta) = 5 + 4\sin 4\theta$ විසඳන්න.

42 $\cos 2\theta + \cos 4\theta + \cos 6\theta + 1 = 4\cos\theta\cos 2\theta\cos 3\theta$ බව ඔප්පු කරන්න. එමගින් හෝ අන්ක්‍රමයකින්,

(i) $4\cos\theta\cos 2\theta\cos 3\theta - 1 = 0$ සමීකරණය විසඳන්න

(ii) $\tan^2\theta + 2\cos 2\theta - 1 = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

43 $\cos 2\theta = \tan^2 x$ නම් $\cos 2x = \tan^2\theta$ බව සාධනය කරන්න.

$a = \sin x - \cos x$ ද $b = \cos ecx + \sec x$ ද නම් $b^2(1-a^2)^2 = 4(2-a^2)$ බව සාධනය කරන්න.

බලාපොරොත්තුවට සරිලන සුදසුකම් නොමැති නම් බලාපොරොත්තු සුන්වීම බලාපොරොත්තු විය හැක

44 (i) $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$ බව සාධනය කරන්න.

$x = \frac{1}{2} + \cos\theta$ ආදේශයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් $8x^3 - 12x^2 + 1 = 0$ සමීකරණයේ x හි විසඳුම් සොයන්න.

(ii) $S = \sin\theta + \sin 3\theta + \sin 5\theta + \sin 7\theta$ නම්, $2S = \frac{1 - \cos 8\theta}{\sin\theta}$ බව පෙන්වන්න.

එමගින් S= 0 සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(iii) $\cos^4\theta + \sin^4\theta = a + b\sin^2 2\theta$ ආකාරයට වන පරිදි a හා b නියත සොයන්න. එමගින් $2(\cos^4\theta + \sin^4\theta) + 7\sin\theta\cos\theta = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

---

45 $\tan(A+B)$ හි ප්‍රසාරණය $\tan A$ හා $\tan B$ ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න. එය භාවිතයෙන් $\tan A, \tan B, \tan C$ ඇසුරින් $\tan(A+B+C)$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න. එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් $\cot 3\theta \tan\theta$ යන්න $\frac{1}{3}$ හා 3 අතර කිසිදු අගයක් නොගන්නා බව පෙන්වන්න.

---

46 (i) $\tan\alpha = k\tan\beta$ නම් $(k-1)\sin(\alpha+\beta) = (k+1)\sin(\alpha-\beta)$ බව පෙන්වන්න. එමගින් $\tan x = k\tan(x-\alpha)$ සමීකරණයට තාත්වික විසඳුම් ඇත්නම් $(k-1)^2, (k+1)^2\sin^2\alpha$ ට කුඩා නොවන බව පෙන්වා $k = -2$ හා $\alpha = 30^0$ විට ඉහත සමීකරණය විසඳන්න.

(ii) $\tan(A-2B) = \cot(2A-B)$ ද $\tan(A+2B) = \cot(2A+B)$ නම් A ත් B ත් දෙකම රේඩියන් $\frac{\pi}{6}$ හි ගුණාකාර බව ද A ඔත්තේ ගුණාකාරයක් නම් B ඉරට්ටේ ගුණාකාරයක් බව ද පෙන්වන්න.

(iii) $0 \le \theta \le 2\pi$ පරිදි වූ $(1+\tan\theta)(\cos 2\theta - \sin 2\theta) = 1$ සමීකරණය තෘප්ත කරන θ හි සියලු අගයන් ලබාගන්න.

---

47 (a) $\mu = \tan\lambda$ වන විට $\frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha} = \tan(\alpha+\lambda)$ බව පෙන්වන්න.

(b) $\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \frac{a}{b}$ නම් $\cos\theta = \frac{2ab}{a^2+b^2}$ බව පෙන්වන්න.

(c) $\sin x + \sin y = a$ හා $\cos x + \cos y = b$ නම්,

(i) $\sin(x+y) = \frac{2ab}{a^2+b^2}$ බව (ii) $\cos(x-y) = \frac{a^2+b^2-2}{2}$ බව ද පෙන්වන්න.

---

48 (a) $\cos 4\theta + 4\cos 2\theta = 8\cos^4\theta - 3$ බව පෙන්වන්න.

(b) x හි සියළු තාත්වික අගයන් සඳහා, $\cos 4x + 3\sin 2x - 2 = a\sin^2 2x + b\sin 2x + c$ සපුරාලන සේ a,b හා c නිබිල සොයන්න. එනයින්, $\cos 4x + 3\sin 2x = 2$ සමීකරණය විසඳන්න.

---

49 (i) $n = 1$ සහ $n = 2$ අවස්ථා සඳහා $\tan\theta + \sec n\theta = 1$ සමීකරණය තෘප්ත කරන $\frac{\pi}{2}$ හා $\frac{-\pi}{2}$ අතර විසඳුම් සොයන්න.

(ii) $\frac{1+\sin 2\alpha}{1-\sin 2\alpha} = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $(5+3\cos 2\alpha)\tan\theta = 3\sin 2\alpha$ ද $\tan\phi = \tan\alpha$ ද වේනම් $t = \tan\alpha$ විට $\tan\theta, t$ මගින් ප්‍රකාශ කරන්න. එමගින් $\theta + \phi$ හි අගය α මගින් සොයන්න.

---

50 පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණමිතික සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $\cos\theta + \cos 3\theta = 2\cos 2\theta$
(ii) $\sin 3x - 2\sin x = 4\cos^2 x - 3$
(iii) $2(1+\tan\theta) = (1-\tan\theta)\sec 2\theta$
(iv) $\sin 7\theta = \sin\theta + \sin 3\theta$
(v) $\tan\theta - \cos\theta = 3\sec\theta$
(vi) $5\cos^2\theta + 18\cos\theta\sin\theta + 29\sin^2\theta = 0$
(vii) $\cos^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta - \sin^2\theta = 1$
(viii) $\sec\theta\,\mathrm{cosec}\,\theta + 2\cot\theta = 4$
(ix) $\cos^2\theta - 4\,\mathrm{cosec}\,\theta + 4 = 0$
(x) $6\cot^2\theta - 5\tan^2\theta - 1 = 0$

(51) (i) $x=\tan 2\alpha-\tan 2\theta$ සහ $y=\tan 2\alpha+\tan 2\theta$ නම් $\dfrac{x}{y}=\dfrac{\sin 2(\alpha-\theta)}{\sin 2(\alpha+\theta)}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $P=a\cot\theta$ ද $q=a\cot\theta\cot 2\theta$ ද නම් $P^2=a(2q+a)$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $\alpha+\beta+\gamma=\pi$ නම් $\cos\dfrac{\alpha}{2}+\cos\dfrac{\beta}{2}-\cos\dfrac{\gamma}{2}=4\cos\dfrac{(\pi+\alpha)}{4}\cos\dfrac{(\pi+\beta)}{4}\cos\dfrac{(\pi-\gamma)}{4}$ බව පෙන්වන්න.

(52) (a) $\lambda=\dfrac{1-\mu\sec\theta\tan\alpha}{1+\mu\sec\theta\tan\alpha}$ හා $\mu=\sin\theta$ ලෙස දී තිබෙයි නම්, $\lambda=\dfrac{\cos(\theta+\alpha)}{\cos(\theta-\alpha)}$ බව පෙන්වන්න.

(b) $\dfrac{SinA+SinB+SinC}{SinA+SinB-SinC}=Cot\dfrac{A}{2}Cot\dfrac{B}{2}$ බව පෙන්වන්න. $(A+B+C=\pi)$ බවදී ඇත.

(c) $Cos2\theta=2Cos^2\theta-1$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $Cos^2 80+Cos^2 40+Cos^2 20=\dfrac{3}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(d) $pSin\theta+qCos\theta=r$

$qSin\theta-pCos\theta=n$ නම්, $p^2+q^2=r^2+n^2$ බව ඔප්පු කරන්න.

(53) $\dfrac{\sin^4\theta}{a}+\dfrac{\cos^4\theta}{b}=\dfrac{1}{a+b}$ ලෙස දී ඇත්නම් $\cos 2\theta=\dfrac{b-a}{b+a}$ බව පෙන්වන්න. තවද

$\dfrac{\sin^8\theta}{a^3}+\dfrac{\cos^8\theta}{b^3}=\dfrac{1}{(a+b)^3}$ බව ලබා ගන්න.

(54) (a) $Sin(\theta+\alpha)=\lambda\cos(\theta-\alpha)$ නම් $\tan\theta=\dfrac{\lambda-\tan\alpha}{1-\lambda\tan\alpha}$ බව පෙන්වන්න. එනයින්,

$\lambda=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ හා $\alpha=\dfrac{\pi}{3}$ විට $\sin(\theta+\alpha)=\lambda\cos(\theta-\alpha)$ සමීකරණයේ θ හි විසඳුම් සොයන්න.

(b) $\alpha=\dfrac{\pi}{19}$ නම් $\dfrac{\sin 23\alpha-\sin 3\alpha}{\sin 16\alpha+\sin 4\alpha}=-1$ බව පෙන්වන්න.

(c) $\sec\theta+\tan\theta=\tan\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\theta}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

$\sec\theta-\tan\theta$ සඳහා එවැනිම ප්‍රකාශනයක් අපෝහනය කරන්න. එනයින්, $\tan\dfrac{7\pi}{12}$ හා $\tan\dfrac{\pi}{12}$ අගයන්න.

(55) (a) $8\cos x\cos 2x\cos 3x-1=\dfrac{\sin 7x}{\sin x}$ බව සාධනය කරන්න. (මෙහි x යනු π හි නිඛිල ගුණාකාරයක් නොවේ)

එනයින් $\cos x\cos 2x\cos 3x=\dfrac{1}{4}$ වන 0 සහ π අතර සියළු විසඳුම් සොයන්න.

(b) $\cos^6 x+\sin^6 x=1-\dfrac{3}{4}\sin^2 2x$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, (i) $\cos^6 x+\sin^6 x=2\sin x\cos x$ (ii) $2(\cos^6 x+\sin^6 x)=\sin 4x$ යන සමීකරණය විසඳන්න.

(56) (i) $3(\sin x-\cos x)^4+6(\sin x+\cos x)^2+4(\sin^6 x+\cos^6 x), x$ වලින් ස්වයක්ත බව පෙන්වන්න.

(ii) $\cos ec\theta-\sin\theta=a$ හා $\sec\theta-\cos\theta=b$ ලෙස දී ඇත. θ ඉවත් කරන්න.

(iii) $\sin^2\theta+\cos^4\theta\geq\dfrac{3}{4}$ බව පෙන්වන්න.

කළයුතු දේ දැන්ම කරන්න. හෙට කියා දිනයක් නැත.
එය නමක් පමණි

57 විසඳන්න.

(i) $\sqrt{3}\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}$

(ii) $\cos 7x - \sqrt{3}\cos 3x + \cos x = 0$

(iii) $10\sin\frac{\pi x}{3} + 24\cos\frac{\pi x}{3} = 13$

(iv) $7\tan 2x + 4\sin x = 0$

(v) $\sin x + \sin 5x = \sin 3x$

(vi) $\sin 3x - 2\sin x = 4\cos^2 x - 3$

(vii) $8\cot^2 2x - 5\tan^2 x = 1$

(viii) $\cos 2\theta + \tan\theta - 1 = 0$

(ix) $\cot x = \dfrac{2\tan x}{1-\tan^2 x}$

(x) $\sin x = 1 + \cos 2x$

---

58 (a) $\cot(\theta+15) - \tan(\theta-15) = \dfrac{4\cos 2\theta}{1+2\sin 2\theta}$ බව පෙන්වන්න. එනයින්, $\cot 15^0$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.

(b) $\dfrac{\pi}{2}$ හි ගුණාකාරයක් නොවන θ සඳහා, $a = \sec\theta - \cos\theta$ සහ $b = \operatorname{cosec}\theta - \sin\theta$ ලෙස ගනිමු.

$a^2b^2(a^2+b^2+3) = 1$ බව පෙන්වන්න.

(c) $0 < c < \dfrac{\pi}{2}$ නම් $\dfrac{1+\sin 2c - \cos 2c}{1+\sin 2c + \cos 2c} = \tan c$ බව පෙන්වන්න. එනයින් $\tan\dfrac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$ බව පෙන්වන්න.

---

59 පහත සමීකරන විසඳන්න.

(i) $4\cot 2\theta = \cot^2\theta - \tan^2\theta$

(ii) $\sin 2\theta - \cos 2\theta - \sin\theta + \cos\theta = 0$

(iii) $\cos 7x - \sqrt{3}\cos 3x + \cos x = 0$

(iv) $\cos 2x - \sin 2x = \sqrt{2}\cos 4x$

(v) $\sin(A-B) = \dfrac{1}{2}$ හා $\cos(A+B) = \dfrac{1}{2}$

(vi) $\cos(2x+3y) = \dfrac{1}{2}$ හා $\cos(3x+2y) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

---

60 (a) $\cos 3x + \cos x = 4\sin^2 x\cos x$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

(b) $7\sin x - 24\cos x$ යන්න $R\sin(x-\alpha)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි R ධන වන අතර α යනු සුළු කෝණයකි. එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් $7\sin x - 24\cos x = 15$ විසඳන්න.

---

61 (i) $\tan 2\theta - \sin 2\theta = x$ හා $\tan 2\theta + \sin 2\theta = y$ නම් $x/y = \tan^2\theta$ බවත් $(x^2-y^2)^2 = 16xy$ බවත් ඔප්පු කරන්න.

(ii) $\tan A$ හා $\tan B$ ඇසුරින් $\tan(A+B)$ ලබාගන්න. $\tan x - \tan(x-\alpha) = \tan\alpha, x$ සඳහා විසඳන්න.

---

62 $\cos\theta = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$ හා $\sin\theta = \dfrac{2t}{1+t^2}$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි $\tan\dfrac{\theta}{2} = t$ වේ.

ඉහත ආදේශය මගින් $|c| < \sqrt{a^2+b^2}$ වන $a\cos x + b\sin x = c$ සමීකරණය විසඳන්නේ කෙසේ දැයි පෙන්වන්න.

$\theta = \alpha$ හා $\theta = \beta$ මෙම සමීකරණයේ විසඳුම් දෙකක් නම්

$\tan\dfrac{\alpha}{2}\tan\dfrac{\beta}{2} = \dfrac{c-\alpha}{c+\alpha}$ බව පෙන්වා $\dfrac{\cos\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)}{\cos\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)} = \dfrac{c}{a}$ බව අපෝහනය කරන්න.

---

63 (a) a,b,c තාත්වික විට, $c^2 < a^2 + b^2$ නම් $a\sin x + b\cos x = c$ සමීකරණයට තාත්වික විසඳුම් තිබෙන බව සාධනය කරන්න.

(i) $\sqrt{3}\cos x - \sin x = \sqrt{2}$ (ii) $\cos x + \sqrt{3}\sin x = 2$ විසඳන්න.

(b) (i) $\cos 7x - \sqrt{3}\cos 3x + \cos x = 0$ (ii) $6\tan 2\theta - 3\tan\theta - 5\cot\theta = 0$ හි සාධාරන විසඳුම් ලබාගන්න.

64 $\tan\left(x+\frac{\pi}{12}\right)\cot\left(x-\frac{\pi}{12}\right)=\lambda$ නම් $\sin 2x=\frac{\lambda+1}{2(\lambda-1)}$ බව සාධනය කරන්න. x හි ඕනෑම තාත්වික අගයක් සඳහා λ ට 1/3 හා 3 අතර පිහිටි කිසිදු අගයක් ගත නොහැකි බව පෙන්වන්න.

65 (a) $\alpha+\beta+\gamma=\pi$ නම්,

(i) $-3\le\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma\le\frac{3}{2}$ (ii) $\frac{3}{4}\le\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma\le 3$ බව සාධනය කරන්න.

(b) $\sin\theta+\sin 2\theta+\sin 3\theta+\sin 4\theta=0$ නම් θ යන්න එක්කෝ $\frac{\pi}{2}$ හි ගුණාකාරයක් නැත්නම් $\frac{2\pi}{5}$ හි ගුණාකාරයක් බව පෙන්වන්න.

66 $\sin 2x=\frac{2t}{1+t^2}$ හා $\cos 2x=\frac{1-t^2}{1+t^2}$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි $t=\tan x$ වේ.

$\sin\theta+\sin\alpha=a$ හා $\cos\theta+\cos\alpha=b$ නම් $\cos(\theta+\alpha)$ හා $\cos(\theta-\alpha)$ හි අගයන් a හා b ඇසුරෙන් සොයන්න.

$\tan\theta+\tan\alpha=\frac{8ab}{(a^2+b^2)^2-4a^2}$ බව පෙන්වන්න.

67 (a) $\sec\theta-\tan\theta=2-\sqrt{3}$ නම් $\sin\theta$ හිත් $\cos\theta$ හිත් අගය සොයන්න. එනයින් සමීකරණය සපුරාලන $0<\theta<2\pi$ අතර θ හි විසඳුම් සොයන්න.

(b) විසඳන්න.

(i) $\cot\theta=\frac{\sin 2\theta}{1-3\cos 2\theta}$ (ii) $\cos\frac{\theta}{2}-\sin\frac{\theta}{2}=\sqrt{2}\cos\theta$

ත්‍රිකෝණ විසඳීම

68 සුපුරුදු අංකනය අනුව ABC ත්‍රිකෝණයක $a=4, b=5, c=6$ නම් $\cos A$ හි අගය සොයා එමගින් $\sin A$ ද සොයන්න.

$\frac{\sin A}{a}$ හි අගය සොයා $\frac{\sin A}{a}=\frac{\sin B}{b}=\frac{\sin C}{c}=\frac{\sqrt{7}}{16}$ බව පෙන්වන්න.

69 ABC ත්‍රිකෝණයක සුපුරුදු අංකනයෙන් $\frac{\sin A}{a}=\frac{\sin B}{b}=\frac{\sin C}{c}$ බව සාධනය කරන්න.

(i) $a=(b-c)\cos\frac{A}{2}\operatorname{cosec}\frac{B-C}{2}$ (ii) $\cot\frac{B-C}{2}=\frac{b+c}{b-c}\tan\frac{A}{2}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(iii) (i) හා (ii) උපයෝගී කරගෙන $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ ලබාගන්න.

70 ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා පහත දැක්වෙන සම්බන්ධතා සාධනය කරන්න.

(i) $(a+b)\tan\left(\frac{A-B}{2}\right)=(a-b)\tan\left(\frac{A+B}{2}\right)$ (ii) $(a^2+b^2-c^2)\tan C=(b^2+c^2-a^2)\tan A$

71 ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක

(i) $a^2+b^2+c^2-2bc\cos A-2ca\cos B-2ab\cos C=0$

(ii) $\frac{\sin(B-C)}{bc}+\frac{\sin(C-A)}{ca}+\frac{\sin(A-B)}{ab}=0$ බව සාධනය කරන්න.

(iii) $a^2+c^2-2b^2=0$ යයි දී තිබේ නම්, $\cot A+\cot C-2\cot B=0$ බව ද සාධනය කරන්න.

ඉගෙනීම නොලබා ජීවත්වනවාට වඩා නූපදිනවා හොඳය

72 ත්‍රිකෝණයක

(i) සුලුකෝණික (ii) ඍජුකෝණික (iii) මහාකෝණික යන ප්‍රභින්න අවස්ථා තුන සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන් $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$ බව සාධනය කරන්න.

ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා,

(i) $b\sin\left(\dfrac{B}{2}+C\right)=(c+a)\sin\dfrac{B}{2}$ (ii) $\dfrac{\cot\frac{C}{2}}{\cot\frac{B}{2}}=\dfrac{2b}{(c+a-b)}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) a,b සහ c සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටයි නම්, $\cot\dfrac{A}{2},\cot\dfrac{B}{2}$ සහ $\cot\dfrac{C}{2}$ ද සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටන බව පෙන්වන්න.

73 ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා $a-b=2c$ නම්,

(i) $\sin\left(\dfrac{A-B}{2}\right)=2\cos\dfrac{C}{2}$ බව ද (ii) $\dfrac{2\sin A}{1-2\cos A}=\dfrac{a}{b}\tan\left(\dfrac{A-B}{2}\right)$ බව ද පෙන්වන්න.

74 ABC ත්‍රිකොණයක $\dfrac{a+b}{11}=\dfrac{a+c}{10}=\dfrac{b+c}{9}$ ලෙස වේ.

$\dfrac{\sin A}{6}=\dfrac{\sin B}{5}=\dfrac{\sin C}{4}$ බව පෙන්වන්න.

$\dfrac{\cos A}{2}=\dfrac{\cos B}{9}=\dfrac{\cos C}{12}$ බව ද පෙන්වන්න.

75 ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා $a^2(\cos^2 B-\cos^2 C)+b^2(\cos^2 C-\cos^2 A)+c^2(\cos^2 A-\cos^2 B)=0$ බව පෙන්වන්න.

76 යම් ABC ත්‍රිකොණයක

(i) $a\cos\left(\dfrac{B-C}{2}\right)=(b+c)\cos\left(\dfrac{B+C}{2}\right)$ (ii) $(b+c)\tan\left(\dfrac{B-C}{2}\right)=(b-c)\tan\left(\dfrac{B+C}{2}\right)$

(iii) $\tan\left(\dfrac{A-B}{2}\right)=\dfrac{a-b}{a+b}\cot\dfrac{C}{2}$

(iv) $(a-b)^2\cos^2\dfrac{C}{2}+(a+b)^2\sin^2\dfrac{C}{2}-c^2=0$ සාධනය කරන්න.

77 යම් ABC ත්‍රිකෝණයක, $\tan\dfrac{A}{2}=\dfrac{5}{6},\tan\dfrac{B}{2}=\dfrac{20}{37}$ නම් $\tan\dfrac{C}{2}$ සොයා, $a+c=2b$ යැයි සාධනය කරන්න.

78 ABC ත්‍රිකෝණයේ $\tan\dfrac{A}{2},\tan\dfrac{B}{2},\tan\dfrac{C}{2}$ ආදීන් සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටයි නම්, $\cos A,\cos B,\cos C$ ආදීන් සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටාඇති බව සාධනය කරන්න.

79 යම් ABC ත්‍රිකෝණයක

$(b^2-c^2)\cot A+(c^2-a^2)\cot B+(a^2-b^2)\cot C=0$ යැයි සාධනය කරන්න.

80 පහත ඒවා සාධනය කරන්න.

(i) $(b^2-c^2)\sin A=a^2\sin(B-C)$ (ii) $b(\cos A+\cos C)=2(a+c)\sin^2\dfrac{B}{2}$

(iii) $(a^2+b^2-c^2)\tan C=(b^2+c^2-a^2)\tan A$ (iv) $\dfrac{(a+b+c)^2}{a^2+b^2+c^2}=\dfrac{\cos\frac{A}{2}+\cos\frac{B}{2}+\cos\frac{C}{2}}{\cot A+\cot B+\cot C}$

81 (i) ABC ත්‍රිකෝණයක $a^2+c^2=2b^2$ නම් $\cot A+\cot C-2\cot B=0$ බව පෙන්වන්න.
(ii) a^2,b^2,c^2 සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටයි නම් $\cot A,\cot B,\cot C$ ද සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටන බව පෙන්වන්න.

82 ABC ත්‍රිකෝණයේ සම්මත අංකනයට අනුව,
$bc\cos^2\frac{A}{2}+ac\cos^2\frac{B}{2}+ab\cos^2\frac{C}{2}=\frac{1}{4}(a+b+c)^2$ බව සාධනය කරන්න.

83 ABC ත්‍රිකෝණයක $ab=c^2$ නම් $\cos(A-B)+\cos C+\cos 2C=1$ බව පෙන්වන්න.

84 P යනු ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය මත වූ ලක්ෂ්‍යයකි. AB හා AC රේඛා පිළිවෙලින්, AP සමග θ සහ α කෝණ සාදයි. සයින් සූත්‍රය යොදා ගනිමින් සම්මත අංකනයෙන්,
(i) $\frac{BP}{CP}=\frac{c\sin\theta}{b\sin\alpha}$ (ii) $\frac{\sin A}{AP}=\frac{\sin\theta}{b}+\frac{\sin\alpha}{c}$ බව සාධනය කරන්න.

85 $\cot A.\cot B+\cot B.\cot C+\cot C.\cot A=1$ බව සාධනය කරන්න. $B=\pi/2$ නම් හා ත්‍රිකෝණයේ ඇතුලත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් වන O හිදී ත්‍රිකෝණයේ ශීර්ෂ හරහා අදින ලද රේඛා එකින් එක ඡේදනය වන්නේ ඒවා එකින් එක වන අතර කෝණයන්ගේ වටිනාකම් $2\pi/3$ වන පරිදි නම් හා $C\hat{B}O=\theta$ වන විට $\tan\theta=\frac{c+\sqrt{3a}}{a+\sqrt{3c}}$ බව පෙන්වන්න.

86 $\frac{\sin 3A}{\cos A}+\frac{\cos 3A}{\sin A}=\cot A-\tan A$
$\tan\left(\frac{\pi}{4}+A\right)-\tan\left(\frac{\pi}{4}-A\right)=2\tan 2A$ බව පෙන්වන්න.
ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.
ABC ත්‍රිකෝණයක $\hat{B}=45^0,\hat{C}=30^0$ සහ $AB=10cm$ ලෙස දී ඇත. AC සහ CB හි දිග සොයා ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය නිර්ණය කරන්න. $0<c<\frac{\pi}{2}$ නම් $\frac{1+\sin 2c-\cos 2c}{1+\sin 2c+\cos 2c}=\tan c$ බව පෙන්වන්න.

ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිත හා ප්‍රස්තාර

87 ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිත වලට ඒවායේ ප්‍රධාන අගය ඇතැයි සලකා පහත ඒවා සාධනය කරන්න.
(i) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{\pi}{4}$
(ii) $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)-\tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right)=\frac{\pi}{4}$
(iii) $2\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right)=\frac{\pi}{4}$
(iv) $\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)=\tan^{-1}\left(\frac{27}{11}\right)$
(v) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)=\frac{\pi}{4}$
(vi) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{3}{7}\right)=\tan^{-1}\left(\frac{13}{11}\right)$

88 $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y=\tan^{-1}\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)$ බව පෙන්වන්න.
එනයින්, $\tan^{-1}\left(\frac{1}{9}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)=\frac{\pi}{4}$ බව අපෝහනය කරන්න.

උගත්කමින් මිනිසෙකුට ලැබෙන ලොකුම ප්‍රයෝජනය තමා තමාට සහකාරයෙකු වියහැකි වීමයි

(89) ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිත ප්‍රධාන අගයන් ගන්නේ යයි සලකමින් පහත ඒවා සාධනය කරන්න.

(i) $2\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right)=\sec^{-1}\frac{\sqrt{34}}{5}+\sec^{-1}\frac{\sqrt{17}}{4}$

(ii) $\sec^{-1}\frac{\sqrt{34}}{5}+\cos ec^{-1}\sqrt{17}=\frac{\pi}{4}$

(iii) $\sec^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)+\sin^{-1}\left(\frac{15}{17}\right)=\cot^{-1}\left(\frac{-13}{85}\right)$

(iv) $\sec^{-1}\left(\frac{16}{25}\right)+\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)+\cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right)=\frac{\pi}{2}$

(90) (i) $\sin^{-1}x+\sin^{-1}y=\frac{\pi}{2}$ නම් $x^2+y^2=1$ බව ද

(ii) $\sin^{-1}a+\cos^{-1}b=\frac{\pi}{2}$ නම් $(1-a^2)(1-b^2)=(1-ab)^2$ බව ද

(iii) $\sin^{-1}a+\sin^{-1}b=\frac{\pi}{3}$ නම් $a^2+b^2+ab=\frac{3}{4}$ බව ද

(iv) $\cos^{-1}a+\cos^{-1}b+\cos^{-1}c=\pi$ නම් $a^2+b^2+c^2+2abc=1$ බව ද පෙන්වන්න.

(91) $\theta_1=\tan^{-1}\frac{1}{3},\theta_2=\tan^{-1}\frac{1}{4},\theta_3=\tan^{-1}\frac{2}{9}$ නම් $0<\theta_1+\theta_2+\theta_3<\frac{3\pi}{4}$ බව සාධනය කරන්න.

එනයින්, $\theta_1+\theta_2+\theta_3=\frac{\pi}{4}$ බව පෙන්වන්න.

(92) විසඳන්න.

(i) $\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right)=\frac{\pi}{4}$ (ii) $\tan^{-1}(x+1)+\tan^{-1}(x-1)=\tan^{-1}\left(\frac{4}{7}\right)$

(iii) $2\tan^{-1}x-\tan^{-1}\left(\frac{2x}{7}\right)=\frac{\pi}{4}$ (v) $\tan^{-1}\left(\frac{2x}{x^2-1}\right)+\cos^{-1}\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)=2$

(93) විසඳන්න.

(i) $\tan^{-1}(x+1)+\tan^{-1}(x-1)=\tan^{-1}2\sqrt{\frac{2}{3}}$ (ii) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{\pi}{4}$

(iii) $\cos^{-1}(x)-\cos^{-1}(2x)=\frac{\pi}{4}$

(94) $\sin^{-1}x+\cos^{-1}x=\frac{\pi}{2}$ බව සාධනය කරන්න.

$\sin^{-1}\left(\frac{P}{x}\right)+\sin^{-1}\left(\frac{q}{x}\right)=\frac{\pi}{2}$ සමීකරණය, x සඳහා විසඳන්න. මෙහි p හා q යනු දී ඇති තාත්වික සංඛ්‍යා වේ.

(95) පහත දී ඇති ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර අඳින්න.

(i) $y=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ (ii) $y=\cos\left(x+\frac{3\pi}{4}\right)$

(iii) $y=\frac{1}{2}\cos x$ (iv) $y=\sin 2x$ (v) $y=3\cos 2x$

(96) පහත දී ඇති ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර අදින්න.

(i) $y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ (ii) $y = \frac{1}{2}\cos^2 x + 1$ (iii) $y = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$

(97) $y = \sin x, y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ හා $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ හි ප්‍රස්තාර $0 \le x \le 2\pi$ හි පරාසය තුළ වෙන වෙනම ඇඳ දක්වන්න.

$2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = k$ සමීකරණයට $0 < x < \pi$ අතර ප්‍රස්තාරය තුළ

(i) එක් මූලයක් පමණක් තිබීමට

(ii) මූල දෙකක් පමණක් තිබීමට

(iii) මූල නොමැතිවන සේ වීමට, k හි අගයන් හෝ අගය පරාසයන් සොයන්න.

(98) $f(x) = \sqrt{3}\sin x - \cos x$ හි දළ ප්‍රස්තාරයක් $0 \le x \le 2\pi$ තුළ අදින්න.

(99) $f(x) = \sin x + \cos x + 1$ හි දළ ප්‍රස්තාරයක් $0 \le x \le 2\pi$ තුළ අදින්න.

(100) $f(\theta) = 3\cos^2\theta - 4\sin\theta\cos\theta - 3\sin^2\theta$; හි දළ ප්‍රස්තාරයක් $0 \le \theta \le 2\pi$ තුළ අදින්න.

$f(\theta) = k$ සමීකරණයට

(i) එක් තාත්වික මූලයක් (ii) මූල දෙකක් (iii) මූළ තුනක් තිබීම සඳහා k හි අගය හෝ අගය පරාසය සොයන්න.

අජන්ත දිසානායක