Explore the World with a New Vision...

Unit 03

Part I

Advanced Level Examination

PHYSICS

දෝලන හා තරංග

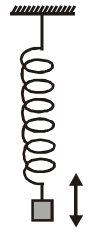
Oscillations & Waves

සැකසුම : සමිත රත්නායක

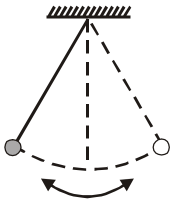
අනුවර්තීය / ආවර්තීය චලිත :
(Harmonic / Periodic motions)

නැවත නැවතත් එකම ස්වරූපයෙන් සිදුවන චලිත අනුවර්තීය / ආවර්තීය චලිත ලෙස හැඳින්වේ.

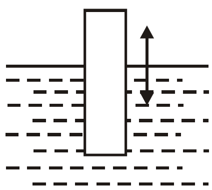
උදා : 1. දුන්නකට ඈඳූ වස්තුවක චලිතය



2. සරල අවලම්බයක චලිතය



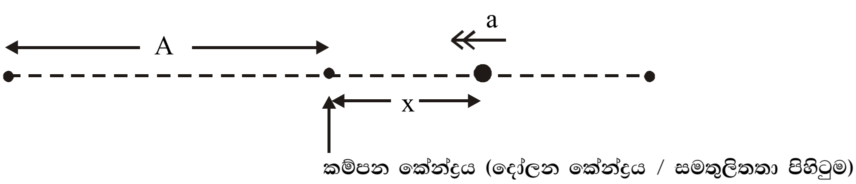
3. ද්‍රවයක පාවෙන වස්තුවක චලිතය



සරල අනුවර්තීය චලිතය (ස.අ.ච.)
(Simple harmonic motion - SHM)

අනුවර්තීය චලිතයන්ගේ සරලම ස්වරූපය ස. අ. ච. යි. සෑම සංකීර්ණ අනුවර්තීය චලිතයක්ම, ස. අ. ච. කිහිපයක් අධිස්ථාපනය වීමෙන් ගොඩ නැගී ඇති බව පෙන්වා දිය හැකිය. එබැවින් ස. අ. ච. ට සුවිශේෂී වැදගත්කමක් හිමිවේ.

කම්පන කේන්ද්‍රය දෙසට ඇති ත්වරණය (නොහොත් සම්ප්‍රයුක්ත බලය), කම්පන කේන්ද්‍රයේ සිට මනිනු ලබන විස්ථාපනයට සමානුපාතික වන පරිදි සිදුවන චලිතයක් සරල අනුවර්තීය චලිතයක් ලෙස අර්ථ දැක්වේ.



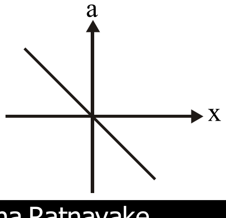
$a \propto x \Rightarrow a = kx$

a හා x හි දිශා ප්‍රතිවිරුද්ධ බැවින්

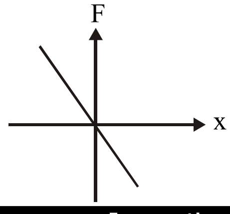
$$\boxed{\underline{a} = -k\,\underline{x}}$$

ඉහත සමීකරණය, ස. අ. ච. යේ ලාක්ෂණික සමීකරණය ලෙස හැඳින්වේ. යම් වස්තුවක චලිතය ඉහත ආකාරයේ සමීකරණයකට අනුකූලව සිදුවන්නේ නම් එම වස්තුව ස. අ. ච. ක යෙදෙන බව සනාථ වේ.

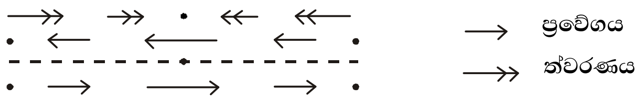
- $a = -k\,x$
  $\downarrow \quad \downarrow \; \downarrow$
  $y = -m\,x$



- $a = -k\,x$
  $F = ma$ බැවින්
  $F = -(mk)\,x$
  $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
  $y = -\; m \;\; x$



- ස. අ. ච. යේ යෙදෙන වස්තුවක පිහිටීම මත ප්‍රවේගය හා ත්වරණය (සම්ප්‍රයුක්ත බලය) විචලනය වන්නේ පහත පරිදිය.



කම්පන කේන්ද්‍රයේදී ත්වරණය (සම්ප්‍රයුක්ත බලය) අවම (ශුන්‍ය) වන අතර ප්‍රවේගය උපරිම වේ. උපරිම විස්ථාපනයේදී ප්‍රවේගය අවම (ශුන්‍ය) වන අතර ත්වරණය (සම්ප්‍රයුක්ත බලය) උපරිම වේ.

පූර්ණ දෝලනය (Complete oscillation) :- යම් ස්ථානයක් පසු කර යන වස්තුව නැවත ප්‍රථම වතාවට එම ප්‍රවේගයෙන්ම එම දිශාවටම එම ස්ථානය හරහා චලිත වන මොහොත තෙක් සිදුකරන චලිතය පූර්ණ දෝලනයක් ලෙස හැඳින්වේ.

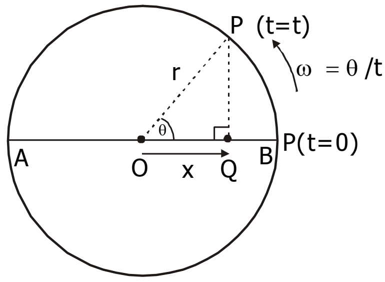
ආවර්ත කාලය (T) (Time period) :- පූර්ණ දෝලනයක් සඳහා ගත වන කාලය ආවර්ත කාලයයි.

සංඛ්‍යාතය (f) (Frequency) :- තත්පරයකදී සිදු කරන දෝලන සංඛ්‍යාව සංඛ්‍යාතයයි.
$f = 1/T$

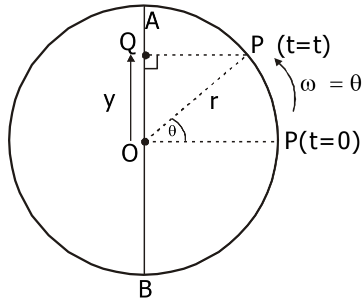
විස්ථාරය (A) (Amplitude) :- කම්පන කේන්ද්‍රයේ සිට ප්‍රවේගය ශුන්‍ය වන ස්ථානයට ඇති විස්ථාපනය විස්ථාරයයි. (උපරිම විස්ථාපනයයි)

අනුරූප වෘත්ත චලිතය (Reference circular motion)

1 රූපය



2 රූපය



ඉහත රූප සටහන් වල P යනු කේන්ද්‍රය O හා අරය r වන වෘත්තයක පරිධිය මත ω නියත කෝණික ප්‍රවේගයකින් ගමන් ගන්නා අංශුවකි. AB යනු අචල විෂ්කම්භයකි. P සිට AB ට ඇඳි ලම්බකයේ අඩිය Q ලෙස නම් කර තිබේ.

P, වෘත්තයේ පරිධිය ඔස්සේ ගමන් ගන්නා විට Q , AB විෂ්කම්භය දිගේ ගමන් කරන බව පෙනේ. මේ අනුව Q අනුවර්තීය චලිතයක යෙදේ.

1 රූපය | 2 රූපය

OPQ සෘජු කෝණි ත්‍රිකෝණයෙන්

$x = r\cos\theta$ | $y = r\sin\theta$

$$\omega = \frac{\theta}{t} \rightarrow \theta = \omega t$$

$x = r\cos(\omega t)$ ——— ① | $y = r\sin(\omega t)$ ——— ①

Q අනුවර්තීය චලිතයක යෙදෙන බව පැහැදිලි වුවද Q, සරල අනුවර්තීය චලිතයක යෙදෙන බව තහවුරු වන්නේ Q හි චලිතය $a = -kx$ ආකාරයේ සමීකරණයකට අනුකූලව සිදු වන බව සාධනය කලහොත් පමණි.

මේ සඳහා ගණිතයේ කලනය නැමැති කොටස අවශ්‍ය වේ.

මෙම සාධනය විභාගය සඳහා කිසිසේත්ම දැන සිටිය යුතු නැත. තවද පහත ②, ③, ④ යටතේ දක්වන සමීකරණ කට පාඩම් කල යුතු නැත.

1 රූපය

$x = r\cos(\omega t)$ ——— ①

ප්‍රවේගය v නම්,

$v = -r\omega\sin(\omega t)$ ——— ②

ත්වරණය a නම්,

$a = -r\omega^2\cos\omega t$ ——— ③

$a = -\omega^2 \times \underbrace{r\cos(\omega t)}_{x}$

$a = -\omega^2 x$

2 රූපය

$y = r\sin(\omega t)$ ——— ①

ප්‍රවේගය v නම්,

$v = r\omega\cos(\omega t)$ ——— ②

ත්වරණය a නම්,

$a = -r\omega^2\sin(\omega t)$ ——— ③

$a = -\omega^2 \times \underbrace{r\sin(\omega t)}_{y}$

$a = -\omega^2 y$

$a = -\omega^2 x$ හා $a = -\omega^2 y$ යන සමීකරණය $a = -kx$ ආකාරය ගන්නා බැවින් Q සරල අනුවර්තීය චලිතයක යෙදෙන බව සනාථ වේ.

r යනු Q හි සරල අනුවර්තීය චලිතයේ විස්ථාරය වන අතර O යනු කම්පන කේන්ද්‍රයයි.

මේ අනුව P, කේන්ද්‍රය O හා අරය r වූ වෘත්ත චලිතයක නියැලෙන විට Q, කම්පන කේන්ද්‍රය O හා විස්ථාරය r වූ ස. අ. ච. යෙදේ. මෙවිට Q හි ස. අ. ච. ට අනුරූප වෘත්ත චලිතයේ P යෙදෙන්නේ යැයි කියනු ලැබේ.

■ **1 රූපය**

$a = -r\omega^2\cos(\omega t)$ ——— ③

$F = ma$ ට ආදේශයෙන්

$F = -mr\omega^2\cos(\omega t)$ ——— ④

2 රූපය

$a = -r\omega^2\sin(\omega t)$ ——— ③

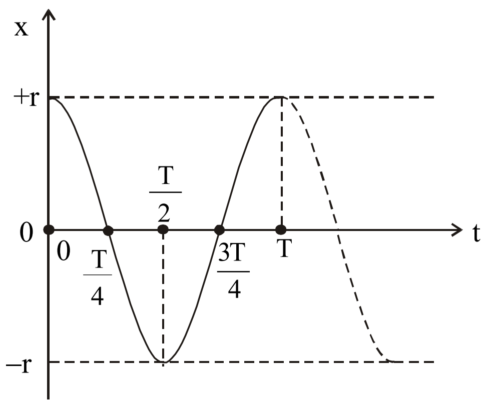
$F = ma$ ට ආදේශයෙන්

$F = -mr\omega^2\sin(\omega t)$ ——— ④

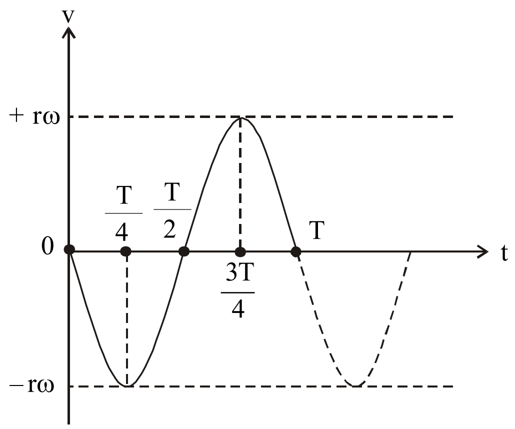
ඉහත ①, ②, ③, ④ සමීකරණවලට අනුරූප ප්‍රස්ථාර පහත දැක්වේ.

1 රූපය

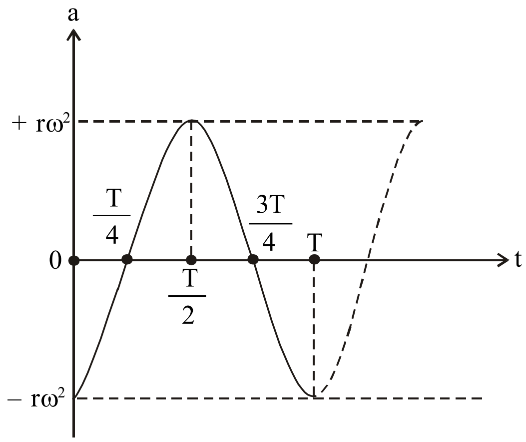
x = r Cos(ωt) ——— ①



v = – rω Sin (ωt) ——— ②

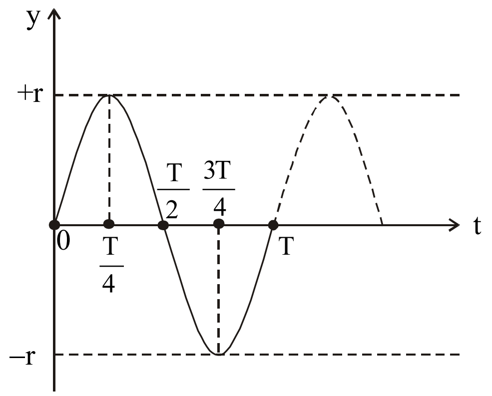


a = – rω² Cos (ωt) ——— ③

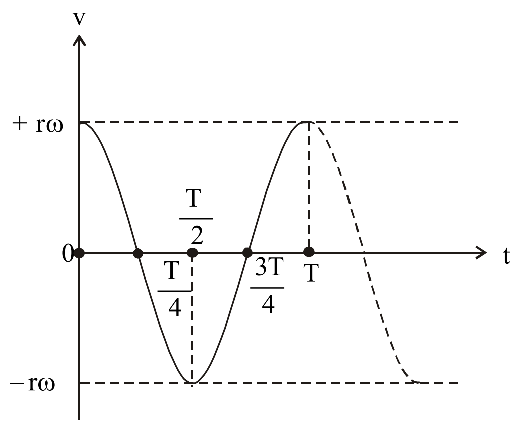


2 රූපය

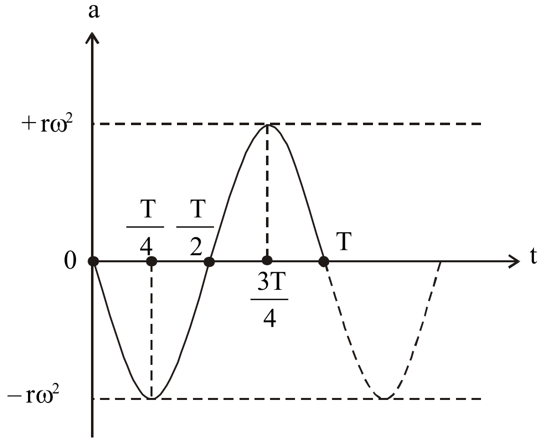
y = r Sin (ωt) ——— ①



v = rω Cos (ωt) ——— ②

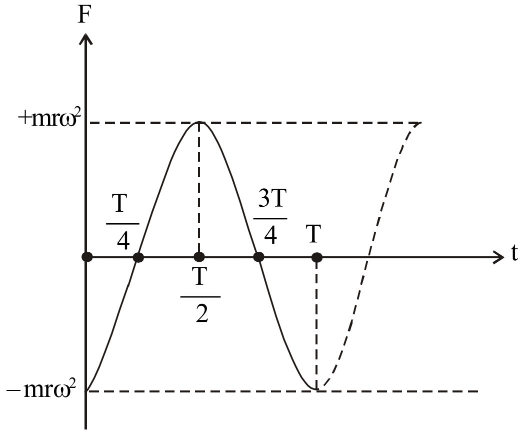


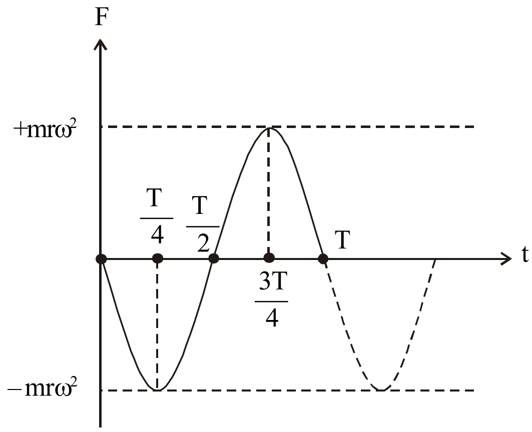
a = – rω² Sin (ωt) ——— ③



$F = -mr\omega^2 \cos(\omega t)$ ——— ④

$F = -mr\omega^2 \sin(\omega t)$ ——— ④





■ සරල අනුවර්තීය චලිතයේ යෙදෙන වස්තුවක කාලය සමඟ

i. විස්ථාපනය
ii. ප්‍රවේගය
iii. ත්වරණය
iv. සම්ප්‍රයුක්ත බලය

විචලනය වන්නේ සයිනාකාරව හෝ කෝසයිනාකාරවය.

■ සරල අනුවර්තිය චලිතයේ යෙදෙන වස්තුවක ලාක්ෂණික සමීකරණය වන $a = -kx$ යන්න,

$a = -\omega^2 x$ ලෙසද ලිවිය හැකිය.

එසේ ලියා ω සොයා ගත් විට පහත පරිදි ආවර්ත කාලය (T) හා සංඛ්‍යාතය (f) සෙවිය හැක.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi}$$

විස්ථාපනය සමඟ ප්‍රවේගයේ විචලනය
(Variation of velocity with displacement)

පහත සාධනය හෝ අවසාන සමීකරණය මතක තබා ගැනීම අවශ්‍ය නොවේ. (විස්ථාරය r වෙනුවට A යොදා තිබේ)

1 රූපය

$x = A\cos\theta$ ——— ①

$\theta = \omega t$

$V = -A\omega \sin(\underbrace{\omega t}_{\theta})$

$V = -A\omega\sin\theta$ ——— ②

①න් , $\cos\theta = \frac{x}{A}$ ——— ③

②න් , $\sin\theta = -\frac{V}{A\omega}$ ——— ④

③^2 + ④^2

$$\underbrace{\cos^2\theta + \sin^2\theta}_{1} = \frac{x^2}{A^2} + \frac{V^2}{A^2\omega^2}$$

$$1 = \frac{x^2}{A^2} + \frac{V^2}{A^2\omega^2} \rightarrow \frac{V^2}{A^2\omega^2} = 1 - \frac{x^2}{A^2}$$

$$\frac{V^2}{A^2\omega^2} = \frac{A^2 - x^2}{A^2}$$

$$V^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$$

$$V = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

- $V = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

  $V_{max} = \omega\sqrt{A^2 - x_{min}^{\ 2}}$

  $x_{min} = 0$ ← කම්පන කේන්ද්‍රයේදී

  $V_{max} = A\omega$

කම්පන කලාව / කලා කෝණය
(Phase / Phase angle)

විස්ථාරය r වෙනුවට A යොදා තිබේ

1 රූපය

$x = A\cos\theta$ ——— ①

2 රූපය

$y = A\sin\theta$ ——— ①

$$\theta = \omega t$$

1 රූපය

$v = -A\omega\sin\underbrace{(\omega t)}_{\theta}$ ——— ②

$a = -A\omega^2\cos\underbrace{(\omega t)}_{\theta}$ ——— ③

$F = -mA\omega^2\cos\underbrace{(\omega t)}_{\theta}$ ——— ④

2 රූපය

$v = A\omega\cos\underbrace{(\omega t)}_{\theta}$ ——— ②

$a = -A\omega^2\sin\underbrace{(\omega t)}_{\theta}$ ——— ③

$F = -mA\omega^2\sin\underbrace{(\omega t)}_{\theta}$ ——— ④

ඉහත ①, ②, ③, හා ④ සමීකරණවලට අනුව පෙනී යන්නේ සරල අනුවර්තීය චලිතයේ යෙදෙන වස්තුවක විස්ථාපනය, ප්‍රවේගය, ත්වරණය හා සම්ප්‍රයුක්ත බලය යන සියළු රාශි θ කෝණය සමග බද්ධ වී ඇති බවයි. එබැවින් θ කෝණයට ස. අ. ච. දී සුවිශේෂී වැදගත්කමක් හිමිවේ.

මෙහි θ යනු ස. අ. ච. අනුරූප වෘත්ත චලිතයේ යෙදෙන වස්තුව සිදු කර ඇති කෝණික විස්ථාපනයයි.

මෙම θ කෝණය, ස. අ. ච යේ යෙදෙන වස්තුවේ කම්පන කලාව ලෙස හැඳින්වේ.

■ ①, ②, ③, හා ④ සමීකරණ අනුව පෙනී යන්නේ ස. අ. ච. යෙදෙන වස්තුවක කම්පන කලාව සමග

i. විස්ථාපනය

ii. ප්‍රවේගය

iii. ත්වරණය

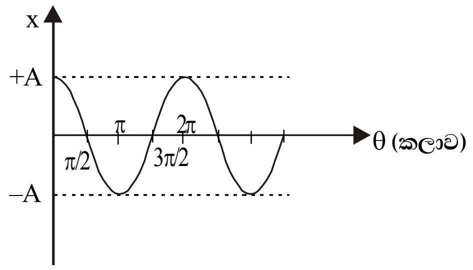
iv. සම්ප්‍රයුක්ත බලය

විචලනය වන්නේද සයිනාකාරව හෝ කෝසයිනාකාරව බවයි.

කලාව සමග විස්ථාපනය විචලනය වන ආකාරය පමණක් පහත දැක්වේ.

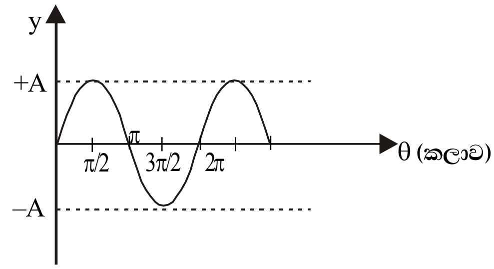
1 රූපය

$x = A \cos\theta$

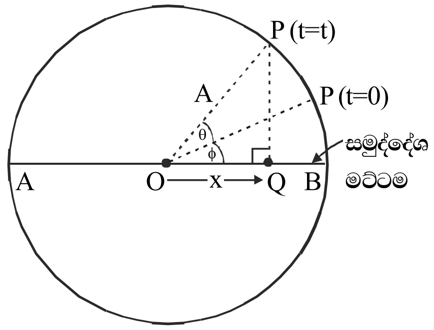


2 රූපය

$y = A \sin\theta$

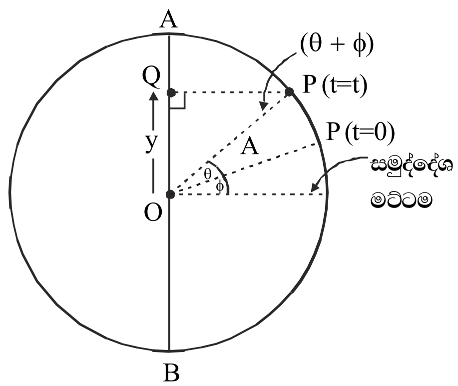


කාලාරම්භ කලාව / කලා නියතය
(Initial phase / phase constant)



$x = A \cos(\theta + \phi)$

$x = A \cos(\omega t + \phi)$



$y = A \sin(\theta + \phi)$

$y = A \sin(\omega t + \phi)$

මෙහි $(\omega t+\phi)$ - කම්පන කලාවයි.

ϕ - කාලාරම්භ කලාවයි.

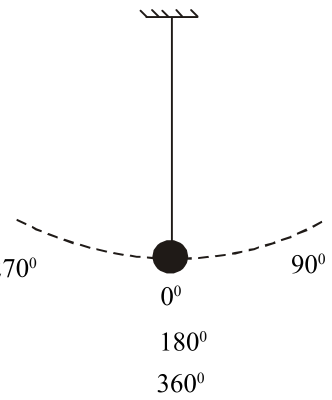
■ සරල අනුවර්තී චලිතයට අනුරූප වෘත්ත චලිතයේ යෙදෙන අංශුව, සමුද්දේශ මට්ටමේ සිට කාලය $t = 0$ වන මොහොතේදී සිදුකර ඇති කෝණික විස්ථාපනය, සරල අනුවර්තීය චලිතයේ යෙදෙන අංශුවේ කාලාරම්භ කලාව ලෙස හැඳින්වේ.

කලා වෙනස
(Phase difference)

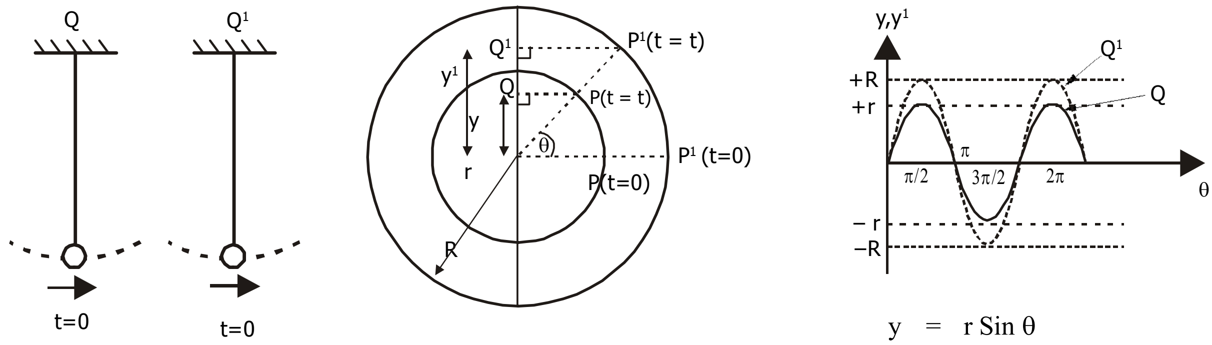
ස . අ . ච . යෙදෙන වස්තුවක් කම්පන කේන්ද්‍රයේ පවතින විට කලාව 0^0 බවත් කෙලවරට ගිය විට කලාව 90^0 බවත් නැවත කම්පන කේන්ද්‍රයට පැමිණි විට කලාව 180^0 බවත් ප්‍රතිවිරුද්ධ කෙලවරට ගිය විට කලාව 270^0 බවත් නැවත කම්පන කේන්ද්‍රයට පැමිණි විට කලාව 360^0 බවත් පෙර හදාරන ලදි.

සරල අවලම්බයක් සලකන්න.

(සරල අවලම්බයක් ස . අ . ච . යෙදෙන බව ඉදිරියේදි සාධනය කරනු ලැබේ)



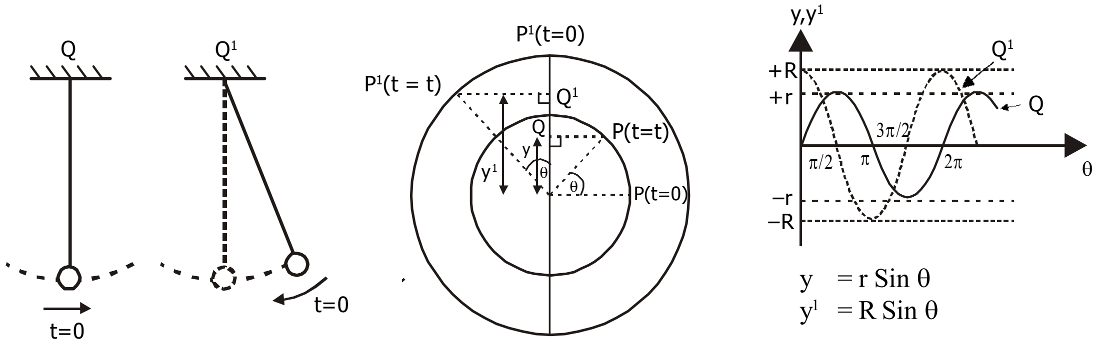
i. කලා වෙනස 0^0 අවස්ථාව (එකම කලාවේ පිහිටීම)



$y = r \sin\theta$

$y^1 = R \sin\theta$

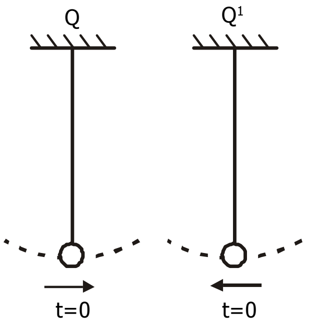
ii. කලා වෙනස 90^0 ($\pi/2$ rad) අවස්ථාව

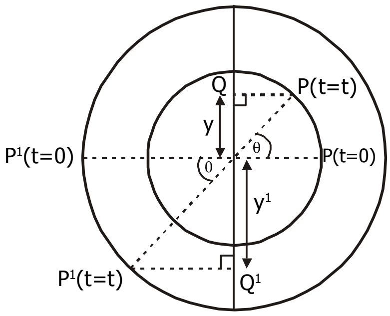


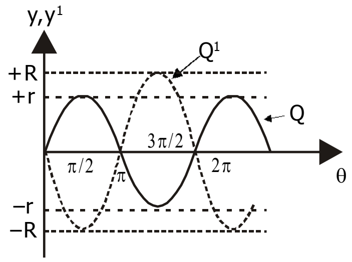
$y = r \sin\theta$

$y^1 = R \sin\theta$

iii. කලා වෙනස 180^0 (π rad) අවස්ථාව (ප්‍රතිවිරුද්ධ කලාවේ පිහිටීම)



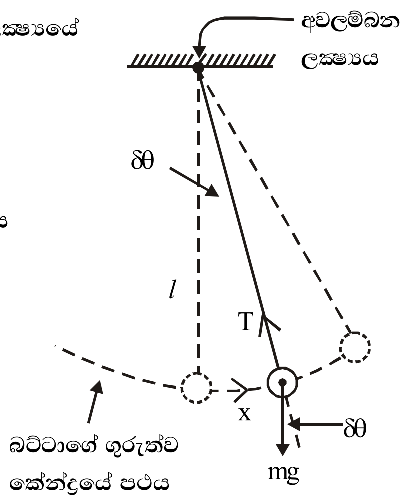




$y = r \sin\theta$

$y^1 = -R \sin\theta$

සරල අවලම්බයක චලිතය
(Motion of a simple pendulum)



රූපයේ දැක්වෙන්නේ l දිගැති සරල අවලම්බයකි. මෙහි l යනු අවලම්බන ලක්ෂ්‍යයේ සිට බට්ටාගේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට ඇති දුරයි.

ස්පර්ශකය දෙසට $F = ma$ යෙදීමෙන්

$mg \sin\delta\theta = ma$

$\delta\theta$ කුඩා නම් $\sin\delta\theta \simeq \delta\theta_{rad}$ වන අතර x චාප දිග, සරල රේඛීය දිගක් ලෙස සැලකිය හැකි වේ.

$$g \times \delta\theta_{rad} = a$$

$$-g \times \frac{x}{l} = a$$

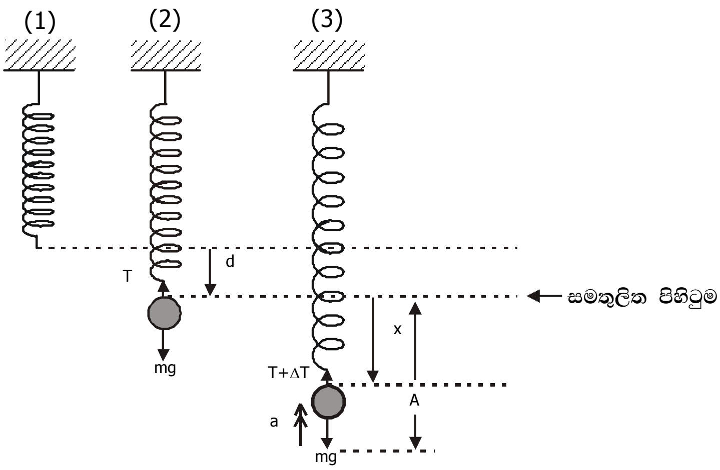
$\underline{a}$ හා $\underline{x}$ හි දිශා ප්‍රතිවිරුද්ධ බැවින් – ලකුණ යොදා තිබේ.

$$a = -\left(\frac{g}{l}\right) x$$

මෙය සරල අනුවර්තීය චලිතයේ ලාක්ෂණික සමීකරණයේ ස්වරූපය ගනී. ඉන් පැහැදිලි වන්නේ සරල අවලම්බයක් කුඩා කෝණ වලින් දෝලනය වන විට (වාත ප්‍රතිරෝධයක් නොමැතිව) එය ස. අ. ච. ක් සිදු කරන බවයි.

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

සැහැල්ලු හෙලික්සීය දුන්නකට ඇඳු වස්තුවක සිරස් චලිතය
(Vertical motion of an object attached to a light spring)



(3) වන රූපයෙන් දැක්වෙන අවස්ථාවේදී වස්තුව මත ඇති අසමතුලිත බාහිර බලය වන්නේ දුන්න x දුරක් ඇදීමේදී වැඩි වූ ආතතියයි.

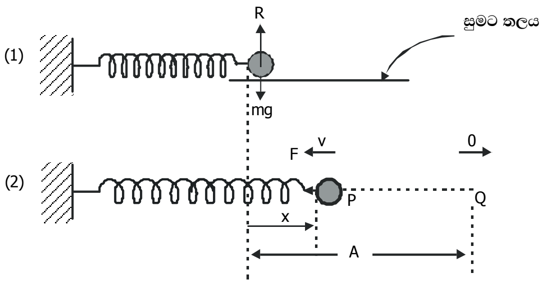
(3) රූපයට,

$$\uparrow F = ma$$
$$-kx = ma$$
$$a = -\left(\frac{k}{m}\right) x$$

මෙය ස. අ. ච. යේ ලාක්ෂණික සමීකරණයේ ස්වරූපය ගන්නා බැවින් ඉහත වස්තුව ස. අ. ච. ක යෙදෙන බව පැහැදිලි වේ.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

සැහැල්ලු හෙලික්සීය දුන්නකට ඇඳු වස්තුවක තිරස් චලිතය
(Horizontal motion of an object attached to a light spring)



(2) රූපයට

$$F = ma$$

$$-kx = ma$$

$$a = -\left(\frac{k}{m}\right) x \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

- ඉහත මාතෘකා දෙක යටතේ ලබා ගත් $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ප්‍රතිඵලය, පද්ධතිය තබා ඇති ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍රයේ ප්‍රබලතාව මත හෝ පද්ධතියේ දිශානතිය මත (තිරස් ද / සිරස් ද / ආනත ද යන්න මත) හෝ රඳා නොපවතී.

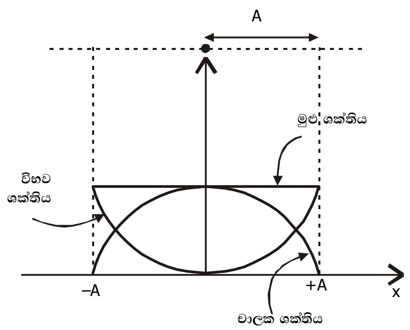
P හි දී පද්ධතියේ යාන්ත්‍රික ශක්තිය = Q හි දී පද්ධතියේ යාන්ත්‍රික ශක්තිය

$$\tfrac{1}{2} k x^2 + \tfrac{1}{2} mv^2 = \tfrac{1}{2} k A^2 + 0$$

$$V^2 = \frac{k}{m} (A^2 - x^2)$$

$$V^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$$

$$V = \omega\sqrt{(A^2 - x^2)}$$



- $a = -\omega^2 x \Rightarrow \frac{F}{m} = -\omega^2 x \Rightarrow F = -m\omega^2 x$

මෙම සමීකරණය $F = -kx$ සමග සැසඳීමෙන් පෙනී යන්නේ $k = -m\omega^2$ බවයි.

එබැවින් ස. අ. ච. යේ යෙදෙන වස්තුවක විභව ශක්තිය $\frac{1}{2} kx^2$ ඇසුරින් ප්‍රකාශ කිරීමට එම වස්තුව දුන්නකට ඇඳා තිබීම අත්‍යාවශ්‍ය නොවේ.

අභ්‍යාස

01. පහත දැක්වෙන ස.අ.ච. වලට අදාළ ආවර්ත කාල හා සංඛ්‍යාත සොයන්න.
   i. $a = -16x$ ii. $a = -\pi x$
   iii. $2a = -8x$ iv. $a = -9\pi^2 \times 10^2 x$

02. විස්තාරය $A = 20$ cm සහ කාලාවර්තය 3 s වන පරිදි දුන්නකට ඈඳූ වස්තුවක් $x = 0$ සමතුලිත පිහිටුම වටා x - අක්ෂය ඔස්සේ ස.අ.ච. යෙදේ. උපරිම විස්ථාපනය ඇති ස්ථානයේ සිට වස්තුව මුදා හැර ඇත්නම්, පළමු වරට
   i. $x = A/2$ ii. $x = 0$
   iii. $x = -A/2$ වනුයේ කවර කාලයකට පසුද ?

03. ස.අ.ච.යේ යෙදෙන අංශුවකට $x = 8$ cm හා 6 cm වන විට පිළිවෙලින් $V = 3\ cms^{-1}$ හා $4\ cms^{-1}$ ප්‍රවේග ඇත. චලිතයේ කාලාවර්තය සොයන්න.

04. අංශුවක් සංඛ්‍යාතය 3 Hz හා විස්තාරය 5 cm වූ සරල අනුවර්තීය චලිතයක යෙදේ.
   i. එක් ආවර්ත කාලයක් තුල අංශුව චලනය වන මුළු දුර
   ii. අංශවේ උපරිම ප්‍රවේගය
   iii. අංශුවේ උපරිම ත්වරණය සොයන්න.

05. අංශුවක් ඒ මත යෙදෙන බලය O මූල ලක්ෂයේ සිට ඇති දුරට සමානුපාතික වන සේ x - අක්ෂය ඔස්සේ චලනය වේ. $x = 5$cm වන ස්ථානයේදී එය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. 2s ට පසු එය $x = 2.5$ cm ස්ථානයට පැමිණේ.
   i. ඕනෑම t කාලයකදී අංශුවේ x දුර ලබාදෙන ප්‍රකාශනයක් ලියන්න.
   ii. $x = 0$ දී එහි ප්‍රවේගය (එනම් උපරිම ප්‍රවේගය)
   iii. චලිතයේ විස්තාරය, ආවර්ථ කාලය හා සංඛ්‍යාතය

06. මූල ලක්ෂය කම්පන කේන්ද්‍රය වන ලෙස x අක්ෂය ඔස්සේ සරල අනුවර්තීය චලිතයේ යෙදෙන අංශුවක් $t = 0$ දී කම්පන කේන්ද්‍රයේ පවතී. චලිතයේ විස්තාරය හා සංඛ්‍යාතය පිළිවෙලින් 2 cm හා 1.5 Hz වේ.
   i. $t = t$ හිදී අංශුවේ x ඛණ්ඩාංකය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියන්න.
   ii. අංශුවේ උපරිම ප්‍රවේගය හා $t = 0$ සිට ප්‍රථම වරට උපරිම ප්‍රවේගයට පත් වීමට ගතවූ කාලය සොයන්න.
   iii. අංශුවේ උපරිම ත්වරණය හා $t = 0$ සිට ප්‍රථම වරට උපරිම ත්වරණයට පත්වීමට ගතවූ කාලය සොයන්න.
   iv. $t = 0$ සිට $t = 1$ s දක්වා අංශුව ගමන් කල මුළු දුර සොයන්න.

07. x අක්ෂය ඔස්සේ චලනය වන 2 kg ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන සම්ප්‍රයුක්ත බලය $F = (8 - 2x)$ මගින් ලබා දේ. මෙහි x යනු මූල ලක්ෂයේ සිට අංශුවට ඇති දුරයි. අංශුව $x = 6$m හිදී නිශ්චලතාවයෙන් නිදහස් කලේ නම්,
   i. අංශුව සරල අනුවර්තීය චලිතයක යෙදෙන බව පෙන්වන්න.
   ii. සමතුලිතතා පිහිටුම සොයන්න.
   iii. ඕනෑම t කාලයකදී මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට අංශුවට ඇති දුර ලබා දෙන සමීකරණය ලියන්න.
   iv. සරල අනුවර්තීය චලිතයේ ආවර්ත කාලය සොයන්න.

08. $x = 0$ සමතුලිත පිහිටුම වටා x - අක්ෂය ඔස්සේ වස්තුවක් ස.අ.ච යෙදේ. චලිතයේ කෝණික ප්‍රවේගය $4.00\ rads^{-1}$ වේ. $x = 25.0$ cm වන ස්ථානයේදී එහි වේගය $100\ cms^{-1}$ බව පෙනී යයි. ඊට 0.5 s පසු වස්තුවේ x - ඛණ්ඩාංකය සහ ප්‍රවේගය සොයන්න. $t = 0$ දී වස්තුව ගමන් පථයේ කෙලවරක වූයේ යැයි උපකල්පනය කරන්න.

09. පහත දැක්වෙන සරල අනුවර්තිය චලිතවලට අනුරූප ආවර්ත කාල හා සංඛ්‍යාත සොයන්න.

i. $x = 2 \text{ Sin } (5\pi t + \pi/2)$

ii. $x = 0.3 \text{ Cos } \{100\pi (t + 0.05)\}$

iii. $y = \frac{3}{4} \text{ Sin } (50t + 2)$

iv. $y = \sqrt{\pi} \text{ Cos } \{30t + 0.1)\}$

10. සංඛ්‍යාත 10 Hz හා 12 Hz වන කම්පනය වන ප්‍රභව දෙකක් එකම කලාවේ පිහිටන පරිදි කම්පනය වීම අරඹයි. 3 s ක දී ඒවා කී වතාවක්,

i. එකම කලාවෙහි

ii. ප්‍රතිවිරුද්ධ කලාවෙහි පිහිටයිද ?

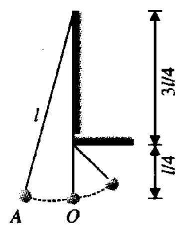
11. ඔරලෝසුවක තත්පර අවලම්භය (T = 2s) ඉදිරියෙහි පැද්දෙන්නට සලස්වන ලද සරල අවලම්භයක් තත්පර 21 කේ ප්‍රාන්තරවලදී එකම කලාවෙහි පිහිටා පැද්දෙන පරිදි තත්පර අවලම්භයට වඩා වේගයෙන් පැද්දෙන බව දක්නට ලැබිණි. සරල අවලම්බයේ ආවර්ත කාලය කුමක්ද?

12. ප්‍රසාරණය හේතු කොටගෙන ඔරලෝසු අවලම්භයක දිග 2% කින් වැඩිවේ නම් ඊට අනුරූපව ආවර්ත කාලයේ සිදුවන ප්‍රතිශත වෙනස සොයන්න.

13. සරල අවලම්භයක ආවර්ත කාලය T වේ. අවලම්භ අංගුව එය තනා ඇති ද්‍රව්‍යයේ ඝනත්වය මෙන් 1/10 ඝනත්වයක් ඇති දුස්ස්‍රාවී නොවන මාධ්‍යක් තුල දෝලනය කරනු ලබයි. නව ආවර්ත කාලය සොයන්න.

14. උත්තෝලකයක වහලයෙන් එල්ලා ඇති සරල අවලම්බයක ආවර්ත කාලය උත්තෝලකය නිශ්චල විට T වේ. උත්තෝලකය 3g / 4 ක ත්වරණයෙන් පහතට ගමන් ගන්නා විට අවලම්බයේ ආවර්ත කාලය සොයන්න.

15. රූපයේ දැක්වෙන දිග l වන සරල අවලම්බයේ ආවර්ත කාලය T වේ. අවලම්භන ලක්ෂයට සිරස්ව පහළින් 3/4 l දුරකදී අවහිරයක් රඳවා තිබේ නම් කුඩා කෝණ සඳහා පද්ධතියේ ආවර්ත කාලය සොයන්න.

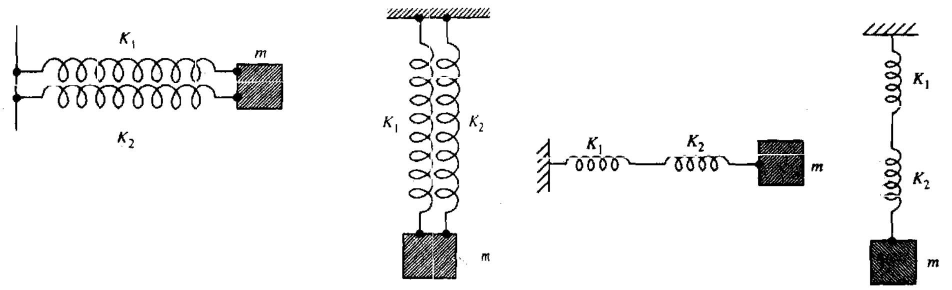


16. සිරස් U නලයක කොටසක් ද්‍රවයකින් පුරවා තිබේ. එක් බාහුවකට සම්බන්ධිත චූෂණ පොම්පයක් මගින් ද්‍රව මට්ටම් අන්තරයක් ඇතිකොට පොම්පය ඉවත් කල විට ද්‍රව කඳ සරල අනුවර්තීය චලිතයක යෙදෙන බව පෙන්වා ආවර්ත කාලය,

$T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙහි h යනු නලය තුල ඇති ද්‍රව කඳේ දිගින් අඩකි.

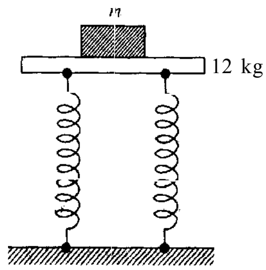
17. ලී කැබැල්ලක මාන a , b , c ද එහි සාපෙක්ෂ ඝනත්වය d ද වේ. එහි දිග a වන පැත්තක් සිරස් වන පරිදි ජලයේ පාවේ. දැන් මෙම ලී කැබැල්ල මඳක් ජලය තුලට ගිලෙන පරිදි විස්ථාපනය කර මුදා හරිනු ලැබේ. එය ඇති කරන ස.අ.ච. යේ ආවර්ත කාලය සොයන්න.

18. දුනුවල ස්කන්ධ නොසලකා හැර පහත දැක්වෙන පද්ධතිවල ආවර්ත කාල සඳහා ප්‍රකාශන ලබාගන්න.

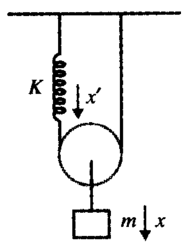


(a) (b) (c) (d)

19. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සර්වසම දුනු දෙකක් මත 12 kg ස්කන්ධයෙන් යුතු තැටියක් සවිකර තිබේ. තැටිය මදක් තෙරපා අතහැරිය විට එය සිදු කරන ස.අ.ච. යේ ආවර්ත කාලය 1.5 s කි. එක් දුන්නක දුනු නියතය සොයන්න. m ස්කන්ධයෙන් යුතු ඝනයක් තැටිය මත තැබූ විට සිදු කරන ස.අ.ච. යේ ආවර්ත කාලය 3.0 s ක් නම්, m හි අගය සොයන්න.



20. රූපයේ දැක්වෙන පද්ධතියේ කප්පිය තන්තු හා දුන්න සැහැල්ලු යැයි සලකා m හි ආවර්ත කාලය සොයන්න. දුනු නියතය k වේ.



21. 10 cm ක පරාසයක් තුල සිරස් අතට සරල අනුවර්තීය චලිතයක යෙදෙන වේදිකාවක් මත ඇති වස්තුවක් මුළු චලිතය පුරා වේදිකාව සමඟ ගැටී පැවතීමට වේදිකාවේ ආවර්ත කාලය කුමන අවම අගයක් ඉක්මවා නොයා යුතුදැයි සොයන්න.

22. සරල අනුවර්තීය චලිතයේ යෙදෙන වස්තුවක විස්ථාරය A වන අතර යම් අවස්ථාවක එහි විභව ශක්තිය, එහි මුළු ශක්තියෙන් 1/4 කි. එම අවස්ථාවේදී වස්තුව පවතින ස්ථානයට, එහි දෝලන කේන්ද්‍රයේ සිට ඇති දුර සොයන්න. දෝලන කේන්ද්‍රයේ සිට ඇති විස්ථාපනය $A/\sqrt{2}$ වන අවස්ථාවේදී විභව ශක්තිය හා චාලක ශක්තිය මුළු ශක්තියට දරන අනුපාත සොයන්න.

23. අංශුවක් Y අක්ෂය ඔස්සේ ආවර්ත කාලය 8 s ක් වූ සරල අනුවර්තීය චලිතයක යෙදේ. $t = 0$ දී එය කම්පන කේන්ද්‍රයේ පැවතුනි නම් විභව ශක්තිය, මුළු ශක්තියෙන් අඩක් වන්නේ කොපමණ කාලයකට පසුදැයි සොයන්න.

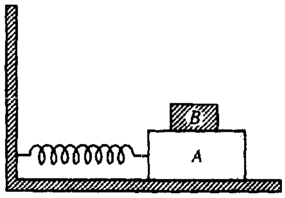
24. ස්කන්ධය 0.5 kg වන වස්තුවක් දුනු නියතය $20\ Nm^{-1}$ වන සැහැල්ලු දුන්නකට ගැට ගසා ඇත. එය සුමට තිරස් තලයක් මත ස.අ.ච. යෙදේ. චලිතයේ විස්ථාරය 3 cm නම්,

i. පද්ධතියේ සම්පූර්ණ ශක්තිය
ii. වස්තුවේ උපරිම වේගය
iii. විස්ථාපනය 2 cm වන විට වස්තුවේ වේගය සොයන්න.

25. සරල අනුවර්තීය චලිතයේ යෙදෙන වස්තුවක විස්ථාරය දෙගුණ කළ විට,

i. මුළු ශක්තිය ii. උපරිම ප්‍රවේගය
iii. උපරිම ත්වරණය iv. ආවර්ත කාලය කවර ගුණයකින් වෙනස් වේදැයි සොයන්න.

26. A ඝනකය සුමට තිරස් තලය මත සංඛ්‍යාතය f වූ සරල අනුවර්තීය චලිතයක යෙදෙනවිට A මත තබා ඇති B ඝනකය ලිස්සා නොයාමට නම් පැවැතිය හැකි උපරිම විස්ථාරය,

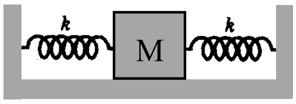


$\dfrac{\mu g}{4\pi^2 f^2}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි μ යනු A හා B අතර ස්ථිතික ඝර්ෂණ සංගුණකයයි.

27. දුන්නකට 0.02 m විස්ථාපනයක් ලබා දෙනුයේ 4 N බලයකිනි. දුන්නට 2 kg ස්කන්ධයක් ඈඳා එය සුමට තිරස් තලයක් මත සමතුලිත පිහිටුමේ සිට 0.04 m විස්ථාපනය කර මුදා හරින ලදි.

i. දුන්නේ දුනු නියතය
ii. ආවර්ත කාලය
ii. සංඛ්‍යාතය
iv. අංශුවේ උපරිම ප්‍රවේගය
v. අංශුවේ උපරිම ත්වරණය සොයන්න

28. රූපයේ දැක්වෙන්නේ දුනු නියතය k වූ සර්වසම දුනු දෙකකට ඈඳූ M ස්කන්ධයෙන් යුත් වස්තුවක් තිරස් සුමට තලයක් මත දෝලන චලිතයක යෙදෙන ආකාරයයි. දෝලකයේ සංඛ්‍යාතය f නම්



$f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{2k}{M}}$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත ගැටළුවේ ඇති දුනු දෙකෙහි දුනු නියත k_1 හා k_2 නම් දෝලකයේ සංඛ්‍යාතය f,

$f = \sqrt{f_1^{\,2} + f_2^{\,2}}$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි f_1 හා f_2 යනු M ස්කන්ධය වෙන වෙනම දුනු වලට සම්බන්ධ කර ඇති විට සිදු කරන දෝලන චලිතයේ සංඛ්‍යාතයන්ය.

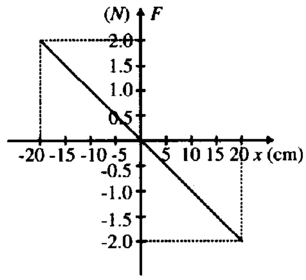
MCQ

Time target : 20 minutes

01. සරල අනුවර්තී චලිතයක යෙදෙන අංශුවක චලිත සමීකරණය $a = -4x$ මගින් දෙනු ලැබේ. මෙහි a යනු ත්වරණය වන අතර x විස්ථාපනයයි. මෙම සරල අනුවර්තී චලිතයේ සංඛ්‍යාතයට සමාන සංඛ්‍යාතයකින් චලිතවන සරල අවලම්බයක දිග කුමක්ද ?

1. 3.0 m 2. 2.5 m 3. 2.0 m 4. 1.5 m 5. 0.4 m

02. රූපයේ දැක්වෙන්නේ ස.අ.ච. යෙදෙන 400 g ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් මත යෙ සම්ප්‍රයුක්ත බලය එහි පිහිටීම අනුව වෙනස් වන ආකාරයයි. ස.අ.ච. යේ සංඛ්‍යාත වන්නේ ,



1. 4 Hz 2. 4π Hz
3. $(5 / 2\pi)$ Hz 4. $(1 / 8\pi)$ Hz
5. $(1 / 2\pi)$ Hz

03. උත්තෝලකයක වහලයෙන් එල්ලා ඇති සරල අවලම්බයක ආවර්ත කාලය උත්තෝලකය නිශ්චල විට T වේ. උත්තෝලකය g ත්වරණයෙන් ඉහළට ගමන් ගන්නා විට අවලම්බයේ ආවර්ත කාලය වන්නේ,

1. $T/4$ 2. $T/2\sqrt{2}$ 3. $T/2$ 4. $T/\sqrt{2}$ 5. $\sqrt{2}\ T$

04. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් විස්ථාරය A හා කෝණික ප්‍රවේගය ω වූ ස.අ.ච. යෙදේ. කම්පන කේන්ද්‍රයේ සිට $\sqrt{3}A/2$ දුරකින් සිටින විට ආවේගී බලයක් මගින් එහි චාලක ශක්තිය $\frac{1}{2} m\omega^2 A^2$ ප්‍රමාණයකින් වැඩි කෙරේ. නව විස්ථාරය වනුයේ,

1. $\sqrt{5}A/2$ 2. $\sqrt{3}A/2$ 3. $\sqrt{2}A$ 4. $\sqrt{5}A$ 5. $\sqrt{3}A$

05. සරල අවලම්බයක් තනා ඇත්තේ සැහැල්ලු තන්තුවකින් හා එහි කෙලවරට ඇඳු කුඩා කුහර ගෝලයකිනි. ගෝලය ජලයෙන් පුරවා අවලම්බය දෝලනය කල විට එහි පහල ඇති කුඩා සිදුරකින් ජලය පිට වනු දක්නට ලැබේ. මෙවිට සරල අවලම්බයේ සංඛ්‍යාතය

1. දිගටම වැඩි වේ. 2. දිගටම අඩු වේ.
3. පළමුව අඩු වී ඉන්පසු වැඩිවේ. 4. පළමුව වැඩි වී ඉන්පසු අඩුවේ.
5. වෙනස් නොවේ.

06. සරල අනුවර්තීය චලිතයක යෙදෙන වස්තුවක් කම්පන කේන්ද්‍රයේ පවතින විට එහි චාලක ශක්තිය 2 J වේ. එහි ස්කන්ධය 1 kg වන අතර විස්ථාරය 1 m වේ. චලිතයේ ආවර්ත කාලය වනුයේ,

1. $\pi/4$ 2. $\pi/2$ 3. π 4. 2π 5. 3π

07. එකම ලක්ෂයකට ඇඳු සරල අවලම්බ දෙකක දිග l හා $4l$ වේ. අවලම්බ දෙක දෙපසට ඇද එකවිට නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. කුඩා අවලම්බයේ ආවර්ත කාලය T නම් මුදා හැරීමෙන් කොපමණ කාලයකට පසු ප්‍රථම වරට අවලම්බ දෙක එකවිට එකම ස්ථානයකින් එකම දිශාවට ගමන් කරයිද ?

1. $T/4$ 2. $T/2$ 3. T 4. $3T/2$ 5. 2T

08. ස.අ.ච. යේ යෙදෙන අංශු දෙකක් $t = 0$ දී ඒවායේ කම්පන කේන්ද්‍රයේ පවතින අතර එවිට ඒවායේ කම්පන කලාව සමාන වේ. $t = 45$ s වන මොහොතේදී තුන් වන වතාවට ඒවායේ කම්පන කලාව සමාන වන්නේ නම් එක් අංශුවක ආවර්ත කාලය 3 s බව සලකා අනෙකේ ආවර්ත කාලය (< 3 s) වන්නේ ,

1. 2 s 2. 2.2 s 3. 2.5 s 4. 2.7 s 5. 2.8 s

09. සරල අවලම්බයක් සිය බට්ටාගේ ඝනත්වය මෙන් n ගුණයකින් අඩු ඝනත්වයක් ඇති දුස්ස්‍රාවී නොවන ද්‍රවයක් තුල ගිල්වා දෝලනය කෙරේ. අවලම්බයේ දිග l හා ගුරුත්වජ ත්වරණය g නම් එහි ආවර්ත කාලය වනුයේ,

1. $2\pi\sqrt{\frac{l}{gn}}$
2. $2\pi\sqrt{\frac{l}{(1-\frac{1}{n})g}}$
3. $2\pi\sqrt{\frac{ln}{g}}$
4. $2\pi\sqrt{\frac{l}{(n-1)g}}$
5. $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

10. ස.අ.ච. යේ යෙදෙන අංශුවක් සිය ප්‍රවේග සමාන වන A ලක්ෂ්‍යයේ සිට B ලක්ෂ්‍යය දක්වා ගමන් කිරීමට 2 s කාලයක් ගනී. තවත් 2 s කට පසු අංශුව නැවත B ලක්ෂ්‍යය කරා ළඟා වේ නම් චලිතයේ ආවර්ත කාලය වන්නේ ,

1. 2 s
2. 4 s
3. 6 s
4. 8 s
5. 10 s

පිළිතුරු - අභ්‍යාස

01. i. 1.57 s , 0.64 Hz	ii. 3.54 s , 0.28 Hz	iii. 3.14 s , 0.32 Hz	iv. 0.067 s , 15 Hz
02. i. 0.5 s	ii. 0.75 s	iii. 1 s	**03.** 12.56 s
04. i. 20 cm	ii. 0.942 ms^{-1}	iii. 17.75 ms^{-2}	
05. i. $x = 5 \, Cos\,(\pi t/6)$	ii. $\frac{5\pi}{6}$ $cm\, s^{-1}$	iii. 5 cm , 12 s , 0.083 Hz	
06. i. $x = 2\, Sin\,(3\pi t)$	ii. 0.188ms^{-1} , 0.33 s	iii. 1.77 ms^{-2} , 0.167 s	iv. 12 cm
07. ii. x = 4m iii. x = 4 + 2 Cos t	iv. 2π s	**08.** – 33.32 cm , 47.29 cms^{-1}	
09. i. 0 .4 s , 2 . 5 Hz	ii. 0 . 02 s , 50 Hz	iii. 0. 1256 s , 7.96 Hz	iv. 0 . 21 s , 4 . 78 Hz
10. i. 7	ii. 6	**11.** 1.82 s	**12.** 0.99
13. $\frac{\sqrt{10}}{3}$ T	**14.** 2 T	**15.** 3/4 T	**17.** $2\pi\sqrt{\frac{ad}{g}}$
18. a) b) $2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$	c) d) $2\pi\sqrt{\frac{m\,(k_1 + k_2)}{k_1\, k_2}}$	**19.** i. 105.17 Nm^{-1}	ii. 36 kg
20. $\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	**21.** 0.44 s	**22.** A/2 , 1/2 , 1/2	**23.** 1 s
24. i. 9×10^{-3} J	ii. 0.19 ms^{-1}	iii. $\pm$ 0.14 ms^{-1}	**25.** i. සිව් ගුණයක් වේ.
ii. දෙගුණ වේ.	iii. දෙගුණ වේ.	iv. වෙනස් නොවේ.	**27.** i. 200 Nm^{-1}
ii. $\pi/5$ s	iii. $5/\pi$ Hz	iv. 0.4 ms^{-1}	v. 4 ms^{-2}

පිළිතුරු – MCQ

01. 2	02. 3	03. 4	04. 3	05. 3
06. 3	07. 3	08. 3	09. 2	10. 4

F:\B\S~\2023 - T - U3 - Part I pm7_Net 01 2022/08/01
Asanka Printers - 0777 555 399