Explore the World with a New Vision...

Advanced Level Examination

PHYSICS

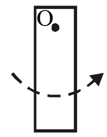
MECHANICS

යාන්ත්‍ර විද්‍යාව

Unit 02
Part VII

සැකසුම : සමිත රත්නායක

භ්‍රමණ (කෝණික) චලිතය [Rotational (angular) motion]



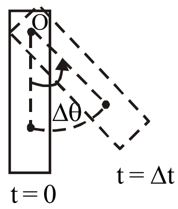
වස්තුවක් තමා මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් හෝ තමා හරහා යන අක්ෂයක් වටා සිදු කරන චලිතය භ්‍රමණ චලිතයක් ලෙස හැඳින්වේ.

දෘඪ වස්තු - [Rigid objects]

චලිතයේදී අංශුවල සාපේක්ෂ පිහිටුම් වෙනස් නොවන ආකාරයේ වස්තුවක් දෘඪ වස්තුවක් ලෙස හැඳින්වේ.

කෝණික විස්ථාපනය - [Angular displacement]

යම් කාලයක් තුල වස්තුවක් සිදු කල කෝණික විස්ථාපනය යනු එම කාලය තුල වස්තුව භ්‍රමණය වූ කෝණයයි.



- දෛශික එකතුව පිළිබඳ න්‍යාදේශ නියමය ($\underline{a} + \underline{b} = \underline{b} + \underline{a}$) (commutative law of addition) පිළි නොපදින බැවින් කෝණික විස්ථාපනය දෛශිකයක් ලෙස නොසැලකේ.
- කෝණික විස්ථාපනයෙහි SI ඒකකය rad වන අතර ඊට මාන නොමැත.
- දෘඪ වස්තුවක් මත පිහිටි සෑම ලක්ෂ්‍යයක්ම සමාන කාල තුල සමාන කෝණික විස්ථාපන සිදු කරයි.

කෝණික ප්‍රවේගය / කෝණික සංඛ්‍යාතය - ω
[Angular velocity / Angular frequency]

කෝණික විස්ථාපනය වෙනස් වීමේ සීඝ්‍රතාව කෝණික ප්‍රවේගයයි.
Δt කාලයක් තුල කෝණික විස්ථාපනයේ සිදු වූ වෙනස $\Delta\theta$ නම්,

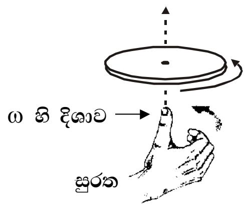
$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}}$$

$\Delta\theta$ ← rad, Δt ← s, ω → rad s^{-1}

- $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ මගින් ලැබෙන්නේ Δt කාලය තුල පැවති මධ්‍යක කෝණික ප්‍රවේගයයි. (average angular velocity)
- $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$, $\Delta t \rightarrow 0$ මගින් යම් මොහොතක කෝණික ප්‍රවේගය (instantaneous angular velocity) ලැබේ.
- දෘඪ වස්තුවක් මත පිහිටි සෑම ලක්ෂ්‍යයක්ම සමාන කාල තුල සමාන කෝණික විස්ථාපන සිදු කරන බැවින් එම සෑම ලක්ෂ්‍යයකම කෝණික ප්‍රවේගය (මධ්‍යක / මොහොතක) සමාන වේ.

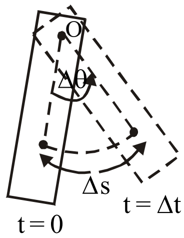
කෝණික ප්‍රවේගයෙහි දිශාව - [Direction of angular velocity]

කෝණික ප්‍රවේගයෙහි දිශාව සෑම විටම වස්තුවේ භ්‍රමණ තලයට ලම්භකව පිහිටයි. පහත දැක්වෙන පරිදි එහි දිශාව සුරත භාවිතයෙන් සෙවිය හැකිය.



සුරතේ මහපට ඇඟිල්ල අනෙක් ඇඟිලිවලට ලම්භකව තබා එම ඇඟිලි වස්තුවේ භ්‍රමණ තලය ඔස්සේ වස්තුවේ භ්‍රමණ දිශාවට යොමු කල විට මහපට ඇඟිල්ල යොමු වී ඇති දිශාවෙන් කෝණික ප්‍රවේගයේ දිශාව ලැබේ.

ස්පර්ශීය ප්‍රවේගය (V) හා කෝණික ප්‍රවේගය (ω) අතර සම්බන්ධය
[Relationship between tangential velocity and angular velocity]



Δt බෙහෙවින් කුඩා වන විට ($\Delta t \rightarrow 0$), Δs ද කුඩා වන අතර එවිට Δs චාප දිග ආසන්න වශයෙන් සරල රේඛීය යැයි සැලකිය හැකිය.

$s = r\theta$ මගින්

$$\Delta s = r.\Delta\theta \rightarrow \frac{\Delta s}{\Delta t} = r.\frac{\Delta\theta}{\Delta t}, \quad \Delta t \rightarrow 0$$

මෙහි $\frac{\Delta\theta}{\Delta t} =$ ω යනු සලකා බලන මොහොතේ කෝණික ප්‍රවේගයයි.

$\frac{\Delta s}{\Delta t} =$ v යනු සලකා බලන මොහොතේ ස්පර්ශීය ප්‍රවේගයයි. (වෘත්ත චාපයට ඇඳි ස්පර්ශකය ඔස්සේ පිහිටන බැවින් ඊට ස්පර්ශීය ප්‍රවේගය යැයි කියනු ලැබේ.)

$$\boxed{V = r\omega}$$

- දෘඪ වස්තුවක සෑම ලක්ෂ්‍යයකම ω එකම වුවද r වෙනස් වීම මත ස්පර්ශීය ප්‍රවේගය වෙනස් වේ.

ආවර්ත කාලය (T) - [Time period]

භ්‍රමණය වන වස්තුවට එක් වටයක් සම්පූර්ණ කිරීමට ගත වන කාලය ආවර්ත කාලය ලෙස හැඳින්වේ.

$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$, එක් වටයකදී භ්‍රමණය වන කෝණය 2π බැවින් $\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}}$

සංඛ්‍යාතය (f) - [Frequency]

වස්තුව තත්පරයකදී භ්‍රමණය වන වට සංඛ්‍යාව සංඛ්‍යාතය ලෙස හැඳින්වේ.

ආවර්ත කාලයකදී (T) භ්‍රමණය වන වට ගණන = 1

∴ තත්පරයකදී භ්‍රමණය වන වට ගණන $= \frac{1}{T}$

$$\boxed{f = \frac{1}{T}}$$

(f → $rev\ s^{-1}$, T → s)

- භ්‍රමණ සංඛ්‍යාතය ඉදිරිපත් කරනු ලබන්නේ "තත්පරයට භ්‍රමණ" ($rev\ s^{-1}$) නැමැති ඒකකයෙනි.
- මිනිත්තුවට භ්‍රමණ ගණන (revolutions per minute - rpm) දී ඇති විට එය 60 න් බෙදීමෙන් f හි අගය සොයා ගත හැකිය.
- $\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \omega = 2\pi \times \frac{1}{T} \rightarrow \boxed{\omega = 2\pi f}$

කෝණික ත්වරණය (α) - [Angular accelaration]

කෝණික ප්‍රවේගය වෙනස් වීමේ සීඝ්‍රතාව කෝණික ත්වරණයයි.
Δt කාලයක් තුල කෝණික ප්‍රවේගයෙහි සිදු වූ වෙනස $\Delta \omega$ නම්,

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

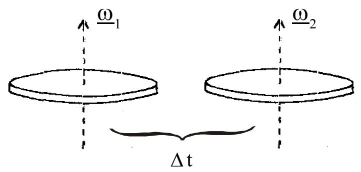
($\Delta\omega$ ← rad s^{-1}, Δt ← s, α ← rad s^{-2})

- $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$ මගින් Δt කාලය තුල පැවති මධ්‍යක කෝණික ත්වරණය (average angular accelaration) ලැබේ.
- $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$, $\Delta t \rightarrow 0$ මගින් යම් මොහොතක කෝණික ත්වරණය (instantaneous angular accelaration) ලැබේ.

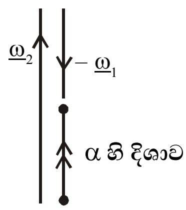
කෝණික ත්වරණයෙහි දිශාව - [Direction of angular accelaration]

$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$ ⇨ α හි දිශාව වන්නේ කෝණික ප්‍රවේග දෛශිකය වෙනස් වන දිශාවයි.

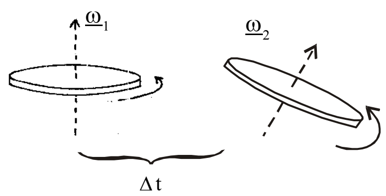
I අවස්ථාව (වස්තුවේ භ්‍රමණ තලය වෙනස් නොවන විට)



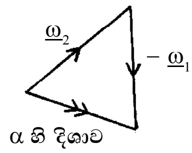
$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} = \frac{\omega_2 + (-\omega_1)}{\Delta t}$$



II අවස්ථාව (වස්තුවේ භ්‍රමණ තලය වෙනස් වන විට)



$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} = \frac{\omega_2 + (-\omega_1)}{\Delta t}$$



ස්පර්ශීය ත්වරණය a_t [Tangential accelaration]

$V = r\omega$ ⇨ $\Delta v = r\Delta\omega$ ⇨ $\frac{\Delta v}{\Delta t} = r\frac{\Delta \omega}{\Delta t}$, $\Delta t \rightarrow 0$

මෙහි $\frac{\Delta v}{\Delta t} = a_t$ යනු ස්පර්ශීය ප්‍රවේගය වෙනස් වීමේ සීඝ්‍රතාව හෙවත් ස්පර්ශීය ත්වරණයයි.

$\frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \alpha$ යනු කෝණික ත්වරණයයි.

$$a_t = r\alpha$$

- a_t යනු රේඛීය ත්වරණයක් වන අතර ඒකක ms^{-2} වේ.
- ස්පර්ශීය ත්වරණයක් පැවතීමට කෝණික ත්වරණයක් පැවතිය යුතුමය.

කේන්ද්‍රාභිසාරී (අරීය) ත්වරණය - a_r [Centripetal (radial) accelaration]

$$a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

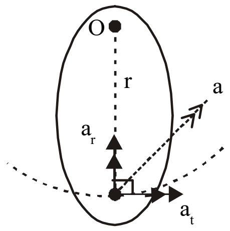
- $a_r = v\omega$

■ කෝණික ත්වරණයක් පැවතියද නොපැවතියද කේන්ද්‍රාභිසාරී ත්වරණය පවතී. කෝණික ත්වරණයක් පවතී නම් a_r හි අගය වෙනස් වන අතර කෝණික ත්වරණයක් නොපවතී නම් a_r හි අගය නියත වේ.

■ කේන්ද්‍රාභිසාරී ත්වරණයද රේඛීය ත්වරණයක් වන අතර ඒකක ms^{-2} වේ.

භ්‍රමණය වන වස්තුවක් මත පිහිටි අංශුවක සම්ප්‍රයුක්ත රේඛීය ත්වරණය

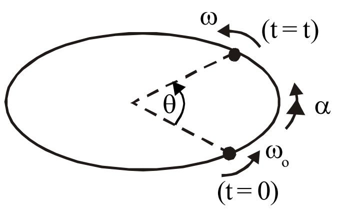
[Resultant linear accelaration of a particle on a rotating object]



$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$$

$$\text{Tan}\,\alpha = \frac{a_r}{a_t}$$

භ්‍රමණ චලිත සමීකරණ [Equations of rotational motion]



ω_o – ආරම්භක මොහොතේ කෝණික ප්‍රවේගය

ω – අවසාන මොහොතේ කෝණික ප්‍රවේගය

α – කෝණික ත්වරණය

θ – කෝණික විස්ථාපනය

t – ගත වූ කාලය

කෝණික ත්වරණය = $\dfrac{\text{කෝණික ප්‍රවේග වෙනස}}{\text{ගත වූ කාලය}}$

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} \rightarrow \boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t} \quad \text{——} ①$$

මධ්‍යක කෝණික ප්‍රවේගය = $\dfrac{\theta}{t}$ —— Ⓐ

ත්වරණය නියත නම් ආරම්භක හා අවසාන කෝණික ප්‍රවේගවල මධ්‍යන්‍ය මගින්ද මධ්‍යක කෝණික ප්‍රවේගය ලැබේ.

මධ්‍යක කෝණික ප්‍රවේගය = $\dfrac{\omega + \omega_0}{2}$ —— Ⓑ

Ⓐ = Ⓑ

$$\boxed{\theta = \left(\frac{\omega + \omega_0}{2}\right) t} \quad \text{——} ②$$

① න් ω, ② ට ආදේශයෙන්,

$$\boxed{\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \quad \text{——} ③$$

① න්, $t = \dfrac{\omega - \omega_0}{\alpha}$, ② ට ආදේශයෙන්,

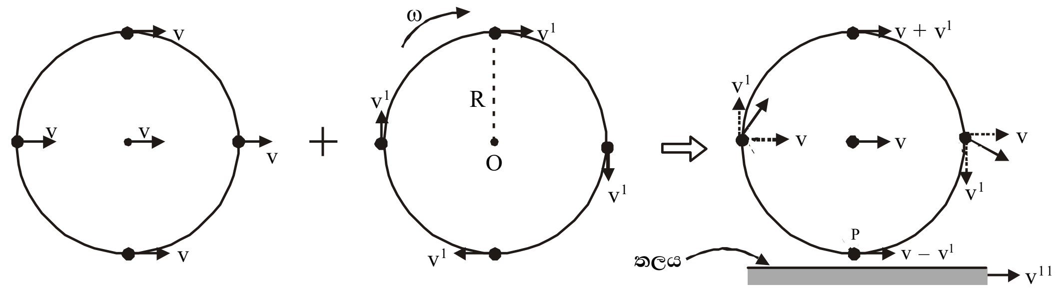
$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta} \quad \text{——} ④$$

■ ඉහත සමීකරණ යොදන කාලය තුල වස්තුවේ කෝණික ත්වරණය (α) නියතව පැවතිය යුතුය.

පෙරළුම් චලිතය (Rolling motion)

පෙරළුම් චලිතය, උත්තාරණ චලිතයකත් භ්‍රමණ චලිතයකත් එකතුවක් ලෙස සැලකිය හැකිය.

ප්‍රවේගය (Velocity)



ශුද්ධ උත්තාරණ චලිතය (රේඛීය ප්‍රවේගය - v)

ශුද්ධ භ්‍රමණ චලිතය (කෝණික ප්‍රවේගය- ω) $v^1 = R\omega$

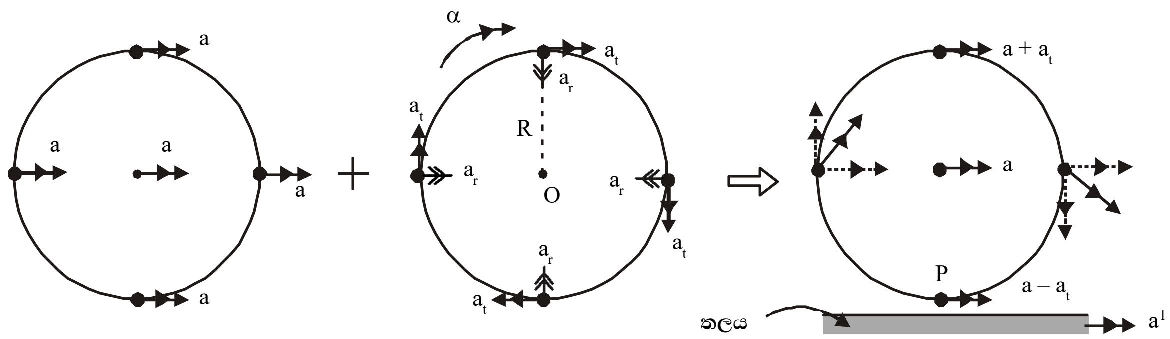
පෙරළුම් චලිතය

- ලිස්සීමකින් තොරව පෙරළෙන වස්තුවක P ලක්ෂ්‍යයේ ප්‍රවේගය, එය ගැටී ඇති තලයේ ප්‍රවේගයටම සමාන වේ.

  $v - v^1 = v^{11}$ තලය නිශ්චල නම්, $v - v^1 = 0 \Rightarrow v = v^1$

  අචල තලයක් මත ලිස්සීමකින් තොරව පෙරළෙන වස්තුවක කේන්ද්‍රයේ ප්‍රවේගය මගින් ශුද්ධ උත්තාරණ චලිතයට අනුරූප ප්‍රවේගය ලැබෙන අතර කේන්ද්‍රයේ ප්‍රවේගය, අරයෙන් බෙදීමෙන් (V/R) ශුද්ධ භ්‍රමණ චලිතයට අනුරූප කෝණික ප්‍රවේගය ලැබේ.

ත්වරණය (Accelaration)



ශුද්ධ උත්තාරණ චලිතය (රේඛීය ත්වරණය - a)

ශුද්ධ භ්‍රමණ චලිතය (කෝණික ත්වරණය- α) $a_t = R\alpha$

පෙරළුම් චලිතය

- කේන්ද්‍රාභිසාරී ත්වරණය වන a_r , අප සලකා බලන සංසිද්ධියට බලපෑමක් නොකරයි. එබැවින් අවසාන රූපයේ එය ලකුණු කර නොමැත.

- ලිස්සීමකින් තොරව පෙරළෙන වස්තුවක P ලක්ෂ්‍යයේ ත්වරණය, එය ගැටී ඇති තලයේ ත්වරණයටම සමාන වේ.

  $a - a_t = a^1$

  තලය ත්වරණය නොවේ නම්, $a - a_t = 0 \Rightarrow a = a_t$

  ත්වරණය නොවන තලයක් මත ලිස්සීමකින් තොරව පෙරළෙන වස්තුවක කේන්ද්‍රයේ ත්වරණය මගින් ශුද්ධ උත්තාරණ චලිතයට අනුරූප ත්වරණය ලැබෙන අතර කේන්ද්‍රයේ ත්වරණය, අරයෙන් බෙදීමෙන් (a/R) ශුද්ධ භ්‍රමණ චලිතයට අනුරූප කෝණික ත්වරණය ලැබේ.

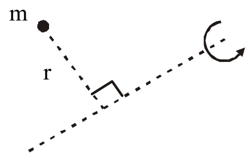
අවස්ථිතිය [Inertia]

ඕනෑම වස්තුවක් සිය වර්තමාන චලිත ස්වරූපය වෙනස් කිරීමට අකමැත්තක් දක්වයි. මෙම ගුණය අවස්ථිතිය ලෙස හැඳින්වේ. අවස්ථිතියෙහි ප්‍රභේද දෙකකි.

1. රේඛීය අවස්ථිතිය :
වස්තුවක් සිය වර්තමාන රේඛීය චලිත ස්වරූපය වෙනස් කිරීමට දක්වන අකමැත්ත රේඛීය අවස්ථිතිය ලෙස හඳුන්වන අතර එය ප්‍රමාණාත්මකව මනිනු ලබන්නේ අවස්ථිති ස්කන්ධය මගිනි.

2. භ්‍රමණ අවස්ථිතිය :
වස්තුවක් සිය වර්තමාන භ්‍රමණ චලිත ස්වරූපය වෙනස් කිරීමට දක්වන අකමැත්ත භ්‍රමණ අවස්ථිතිය ලෙස හැඳින්වෙන අතර එය ප්‍රමාණාත්මකව මනිනු ලබන්නේ අවස්ථිති ඝූර්ණය මගිනි.

අංශුවක අවස්ථිති ඝූර්ණය - I [Moment of inertia of a particle]



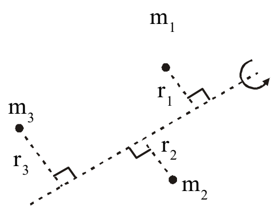
භ්‍රමණ අක්ෂයක් වටා අංශුවක අවස්ථිති ඝූර්ණය අර්ථ දක්වා ඇත්තේ අංශුව සතු ස්කන්ධයේත්, අංශුවේ සිට භ්‍රමණ අක්ෂයට ඇති ලම්බ දුරෙහි වර්ගයේත් ගුණිතය ලෙසය.

$$I = m r^2$$

$kg\,m^2$ kg m^2

- අවස්ථිති ඝූර්ණය අදිශ රාශියක් වන අතර එහි මාන ML^2 වේ.

අංශු පද්ධතියක අවස්ථිති ඝූර්ණය
[Moment of inertia of a system of particles]



භ්‍රමණ අක්ෂයක් වටා අංශු පද්ධතියක අවස්ථිති ඝූර්ණය ලබා ගැනීම සඳහා එක් එක් අංශුව වෙන වෙනම එම අක්ෂය වටා බිහි කරන අවස්ථිති ඝූර්ණ සොයා ඒවායේ එකතුව ගත යුතුය.

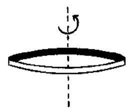
$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + ----$$

$$I = \Sigma m r^2$$

- අංශු පද්ධතියක අවස්ථිති ඝූර්ණය
  i. අංශුවල ස්කන්ධය මත හා
  ii. භ්‍රමණ අක්ෂයේ සිට අංශුවලට ඇති දුර (අංශු ව්‍යාප්තිය) මත රඳා පවතී.

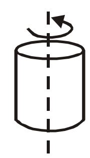
වස්තු කිහිපයක අවස්ථිති ඝූර්ණ (Moment of inertia of several objects)

1. ස්කන්ධය m හා අරය r වූ තුනී වෘත්තාකාර වළල්ලක කේන්ද්‍රය හරහා යන සිය තලයට ලම්බක අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය I නම්



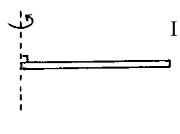
$I = mr^2$

2. ස්කන්ධය m හා අරය r වූ තුනී කුහර සිලින්ඩරයක (වක්‍ර පෘෂ්ඨය පමණි) අක්ෂය වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය I නම්



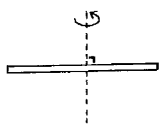
$I = mr^2$

3. ස්කන්ධය m හා දිග l වූ ඒකාකාර සෘජු දණ්ඩක එක් කෙළවරක් හරහා යන දණ්ඩේ දිගට ලම්බක අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය I නම්



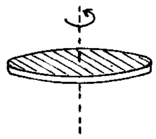
$I = \frac{1}{3} m l^2$

4. ස්කන්ධය m හා දිග l වූ ඒකාකාර සෘජු දණ්ඩක කේන්ද්‍රය හරහා යන දණ්ඩේ දිගට ලම්බක අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය I නම්,



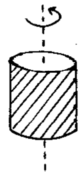
$I = \frac{1}{12} m l^2$

5. ස්කන්ධය m හා අරය r වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටියක කේන්ද්‍රය හරහා යන තැටියේ තලයට ලම්බක අක්ෂයක් වටා, අවස්ථිති ඝූර්ණය I නම්,



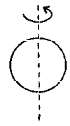
$I = \frac{1}{2} mr^2$

6. ස්කන්ධය m හා අරය r වූ ඒකාකාර ඝන සිලින්ඩරයක අක්ෂය වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය I නම්,



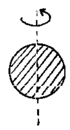
$I = \frac{1}{2} mr^2$

7. ස්කන්ධය m හා අරය r වූ ඒකාකාර කුහර ගෝලයක විෂ්කම්භයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය I නම්,



$I = \frac{2}{3} mr^2$

8. ස්කන්ධය m හා අරය r වූ ඒකාකාර ඝන ගෝලයක විෂ්කම්භයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය I නම්,



$I = \frac{2}{5} mr^2$

අවස්ථිති ඝූර්ණයේ ප්‍රායෝගික යෙදීම් (Applications of moment of inertia)

1. මෝටර් රථ එන්ජිමක ජව රෝද යෙදීම

මෙම රෝද තනා ඇත්තේ (රෝදයේ ස්කන්ධය එය කරකැවෙන අක්ෂයෙන් හැකි තරම් ඈත්ව කේන්ද්‍රගත කොට) අවස්ථිති ඝූර්ණය වැඩි වන පරිදිය. පිස්ටන ක්‍රියාකාරිත්වයෙන් උපදින ජවය පළමුව මෙම ජව රෝද වලට ලබාදී ඒවා භ්‍රමණය කෙරේ. අවස්ථිති ඝූර්ණය වැඩි බැවින් ආරම්භයේදී කරකැවීම අපහසු වුවද කරකැවූ පසු නවත්වා ගැනීමද අපහසු වේ. පිස්ටන මඟින් ජවය නූපදවන කාලාන්තර තුළදී ද එම රෝද මඟින් රථයේ චලිතයට අවශ්‍ය ජවය ලබාදෙන බැවින් චලිතය සුමටව හා අඛණ්ඩව පවත්වා ගත හැකි වේ.

2. ඇතැම් සෙල්ලම් වාහනවල ඇතුළත තරමක් ලොකු රෝදයක් යෙදීම

පළමුව රථය බිම අතුල්ලා එම රෝදයට භ්‍රමණ චාලක ශක්තියක් ලබා දේ. රෝදයේ අවස්ථිති ඝූර්ණය වැඩි බැවින් ඒ තුළ ගබඩා වන භ්‍රමණ චාලක ශක්තියද වැඩිය. රථය මුදා හල විට රෝදවල ඇති භ්‍රමණ චාලක ශක්තිය, රථයේ උත්තාරණ චාලක ශක්තිය බවට පරිවර්තනයවේ.

3. සර්කස් සංදර්ශනවලදී තන්තුවක් මත ගමන් කරන පුද්ගලයෙකු දිගු රිටක් දැරීම

මෙම රිටෙහි ස්කන්ධයෙන් වැඩි කොටසක් දෙකෙළවර කේන්ද්‍රගත කොට ඇත. එබැවින් තන්තුව වටා සංදර්ශනකරුගේ අවස්ථිති ඝූර්ණය එමඟින් වැඩි කෙරේ. එවිට භ්‍රමණය ට ඇති විරෝධය වැඩි බැවින් සංදර්ශනකරුට තන්තුව මත සිය සමතුලිතතාව රැක ගැනීම පහසු වේ.

4. ඒදණ්ඩක් වැනි ස්ථානයකින් ගමන් කිරීමේදී දැත් දෙපසට විහිදවීම

මීට අදාළ පැහැදිලි කිරීමද 3 වන සංසිද්ධිය පරිදිම වේ.

5. වඳුරන් හා ලේනුන් වැනි සතුන්ට දිගු වලිගයක් තිබීම.

වලිගය හැසිරවීම මඟින් භ්‍රමණ අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය වැඩි කල හැකිය. මෙමඟින් ඉහළ ස්ථානයේදී සිය සමතුලිතතාව රැක ගැනීමට එම සතුන්ට වැඩි හැකියාවක් ලැබේ.

6. එල්ලේ පිත්තක බෝලය වදින කෙළවරට වැලි වැනි දෙයක් දමා බර වැඩි කිරීම

මෙමඟින් පිත්තේ අවස්ථිති ඝූර්ණය වැඩි කෙරේ. එවිට චලනය වන පිත්ත සතු භ්‍රමණ චාලක ශක්තිය ඉහළ යයි. පිත්තේ වදින බෝලයට මෙමඟින් වැඩි උත්තාරණ චාලක ශක්තියක් සම්ප්‍රේෂණය කළ හැකිය.

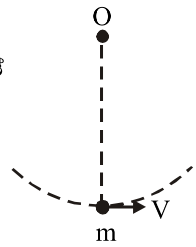
7. කෙටි දුර ධාවකයන් හැකි තරම් සිය පතුල් දණහිස් දක්වා හකුළුවා ගැනීම

මෙමඟින් කළවය වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය අඩු කර ගන්නා ක්‍රීඩකයාට නැවත සිය පය ඉතා ඉක්මනින් ධාවන පථය වෙත ගෙන ඒමට අවස්ථාව සැලසේ.

8. වේගයෙන් දුවන සතුන්ගේ පා කෙළවර වන්නට සිහින් බවක් දැක්වීම

මෙමගින් භ්‍රමණ අක්ෂය වටා පාදවල අවස්ථිති ඝූර්ණය අඩු කර ගැනීමේ හැකියාවක් ලැබේ.

කෝණික ගම්‍යතාව - L [Angular momentum]



යම් අක්ෂයක් වටා භ්‍රමණය වන අංශුවක කෝණික ගම්‍යතාව අර්ථ දක්වා ඇත්තේ රේඛීය ගම්‍යතාවයේ භ්‍රමණ අක්ෂය වටා ඝූර්ණය ලෙසය.

$P = mv$

$\boxed{L = P \times r} \Rightarrow L = mv \times r$

එහෙත් $V = r\omega$

$L = mr\omega \times r = mr^2\omega$

මෙහි $mr^2 = I$ යනු භ්‍රමණ අක්ෂය වටා අංශුවේ අවස්ථිති ඝූර්ණයයි.

$\boxed{L = I\omega}$

- කෝණික ගම්‍යතාවයේ ඒකක $kgm^2 s^{-1}$ ($kgm^2 \, rad \, s^{-1}$) වන අතර එහි මාන (ML^2T^{-1}) වේ.

- කෝණික ගම්‍යතාව දෛශික රාශියක් වන අතර එහි දිශාව කෝණික ප්‍රවේගයේ දිශාවයි.
(කෝණික ප්‍රවේගයේ දිශාව සුරත් නියමයෙන් ලැබේ.)

කෝණික ගම්‍යතාව වෙනස් වීමේ සීඝ්‍රතාව

[Rate of change of angular momentum]

$L = P \times r \Rightarrow \Delta L = \Delta P \times r \Rightarrow \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \times r$

නිව්ටන්ගේ දෙවන නියමයට අනුව $\frac{\Delta P}{\Delta t} = F$ යනු බාහිර අසමතුලිත බලයයි.

$\therefore \frac{\Delta L}{\Delta t} = F \times r$

මෙහි $F \times r = \tau$ යනු බාහිර අසමතුලිත ව්‍යාවර්තයයි.

$\boxed{\frac{\Delta L}{\Delta t} = \tau}$

- $\frac{\Delta L}{\Delta t} = \tau$ ලෙස ලැබෙන්නේ SI ඒකක භාවිතයේදීය. සාධාරණ වශයෙන් $\frac{\Delta L}{\Delta t} \propto \tau$ වේ. මෙම ප්‍රතිඵලය භ්‍රමණ චලිතය සඳහා නිව්ටන්ගේ දෙවන නියමය ලෙස හැඳින්වේ. ඉන් කියැවෙන්නේ,
"යම් දිශාවක් ඔස්සේ කෝණික ගම්‍යතාව වෙනස් වීමේ සීඝ්‍රතාව, එම දිශාව ඔස්සේ ක්‍රියා කල බාහිර අසමතුලිත ව්‍යාවර්තයට සමානුපාතික වේ." යන්නයි.

- $L = I\omega \Rightarrow \Delta L = I\Delta\omega \Rightarrow \frac{\Delta L}{\Delta t} = I. \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$

මෙහි $\frac{\Delta L}{\Delta t} = \tau$ හා $\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \alpha$ වේ.

$\therefore \boxed{\tau = I\alpha}$

- $\tau = I\alpha$ සමීකරණය, රේඛීය චලිතයේ $F = ma$ පරිදිම වේ. එබැවින් එය භාවිතයේදීද
i. වස්තුවක් තෝරා ගත යුතුය. ii. දිශාවක් තෝරා ගත යුතුය.

τ ලබා ගැනීම සඳහා අදාළ වස්තුව මත ඇති සියළු බාහිර ව්‍යාවර්ත, තෝරා ගත් දිශාව ඔස්සේ විභේදනය කල යුතුය.

කෝණික ආවේගය - (J) [Angular impulse]

භ්‍රමණ චලිතය සඳහා නිව්ටන්ගේ දෙවන නියමයෙන්,

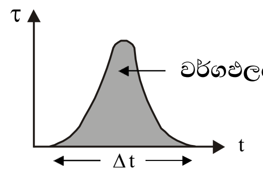
$$\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} \Rightarrow \tau \times \Delta t = \Delta L$$

බාහිර අසමතුලිත ව්‍යාවර්තයේත් එම ව්‍යාවර්තය ක්‍රියා කල කෙටි කාලයේත් ගුණිතය කෝණික ආවේගය ලෙස හැඳින්වේ.

$$\underbrace{\tau \times \Delta t} = \Delta L$$

$$J = \Delta L$$

- කෝණික ආවේගය, කෝණික ගම්‍යතා වෙනසට සමාන වේ.
- කෝණික ආවේගය, දෛශික රාශියක් වන අතර එහි දිශාව බාහිර අසමතුලිත ව්‍යාවර්තයේ දිශාව හෙවත් කෝණික ගම්‍යතා වෙනසෙහි දිශාවයි.
- බාහිර අසමතුලිත ව්‍යාවර්තය (τ) හා කාලය (t) අතර ප්‍රස්ථාරයක් යටතේ ඇති වර්ගඵලයෙන් කෝණික ආවේගය නිරූපණය වේ.



කෝණික ගම්‍යතා සංස්ථිති නියමය

[Law of conservation of angular momentum]

$$\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} \Rightarrow \tau = 0 \quad \text{නම්} \quad \Delta L = 0$$

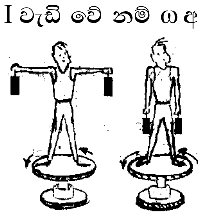
" භ්‍රමණය වන වස්තුවක් හෝ වස්තු පද්ධතියක් මත කිසියම් භ්‍රමණ අක්ෂයක් වටා යම් දිශාවක් ඔස්සේ බාහිර අසමතුලිත ව්‍යාවර්තයක් ක්‍රියා නොකරයි නම් එම භ්‍රමණ අක්ෂය වටා එම දිශාව ඔස්සේ ඇති කෝණික ගම්‍යතාව නොවෙනස්ව පවතී."

- ඉහත නියමයද දෛශික සම්බන්ධ නියමක් බැවින් එය යෙදීමටද (බාහිර අසමතුලිත ව්‍යාවර්තයක් ක්‍රියා නොකරන) දිශාවක් තෝරා ගත යුතුය.

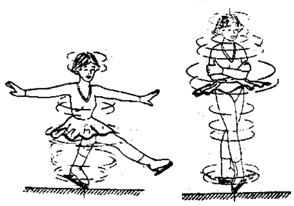
කෝණික ගම්‍යතා සංස්ථිති නියමයේ යෙදීම්

(Applications of consrvation of angular momentum)

කෝ.ග.ස.නි. අනුව $\tau = 0$ නම් $\Delta L = 0$ වේ. මෙවිට $L = I\,\omega$ නියතව පැවතිය යුතුය. මේ අනුව I වැඩි වේ නම් ω අඩුවන අතර, I අඩුවේ නම් ω වැඩි වේ.

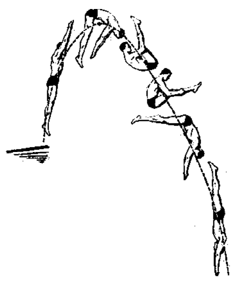


1. තරමක් විශාල භාර දෙකක් දෑතින් දරමින් සුමට භ්‍රමණ පුටුවක සිටින පුද්ගලයෙකු සිය දෑත් හකුළුවා ගත් විට ඔහුගේ භ්‍රමණ වේගය වැඩිවන බව පෙනේ. මෙසේ වන්නේ I අඩු වන විට L නියතව තබා ගැනීමට ω වැඩි වීම නිසාය.



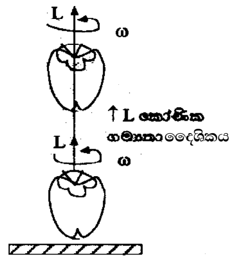
2. අයිස් මත භ්‍රමණය වන ක්‍රීඩිකාවක් සිය දෑත් හකුළුවාගත් විට ඇයගේ භ්‍රමණ වේගය වැඩිවන බව පෙනේ. මෙසේ වන්නේ I අඩු වන විට L නියතව තබා ගැනීමට ω වැඩි වීම නිසාය.

3. ඉහළ සිට පිහිනුම් තටාකයකට පනින ක්‍රීඩකයෙකු සිය ශරීරය හකුළුවා ගත් විට ඔහු වේගයෙන් භ්‍රමණය වන බව පෙනේ. මෙසේ වන්නේද I අඩු වන විට L නියතව තබා ගැනීමට ω වැඩි වීම නිසාය.



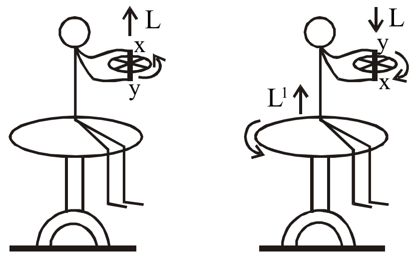
- කෝණික ගම්‍යතාව දෛශික රාශියක් බැවින් එය ආරක්ෂා කර ගැනීම සඳහා එහි දිශාවද ආරක්ෂා කර ගැනීමට පද්ධති උත්සාහ දරයි.

4. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි කුරුම්බා ගෙඩියක් සිරස් අක්ෂය වටා කරකවා අත හැරිය විට සිරස් දිශාව ඔස්සේ ඊට ඇති කෝණික ගම්‍යතාව ආරක්ෂා කර ගැනීමට එය දරණ උත්සාහය හේතුවෙන් අක්ෂය සිරස්වම පිහිටන පරිදි එය පොළොවට ළඟ වේ. මෙවිට බිම වදින්නේ එහි පහටිය (පහළ කොටස) බැවින් එය බිඳීමෙන් ආරක්ෂා වේ.



5. බයිසිකලයක් පදින විට සංතුලනය කර ගැනීම පහසු වන්නේත්, කරකවන ලද රබානක් සිහින් රිටක් මත සංතුලනය කිරීම පහසු වන්නේත්, භ්‍රමණයක් සහිතව තුවක්කු කටෙන් පිටවන උණ්ඩයක් ඉලක්ක ගත කිරීම පහසු වන්නේත් කෝණික ගම්‍යතා දෛශිකයේ දිශාව ආරක්ෂා කර ගැනීමට පද්ධති දරණ උත්සාහය නිසාය.

6. 1 රූපයේ දැක්වෙන පරිදි නිසල භ්‍රමණ පුටුවක් මත වාඩි වී සිටින ශිෂ්‍යයකු හට කරකැවෙන බයිසිකල් රෝදයක් ලබා දෙයි. රෝදයේ කෝණික ගම්‍යතාව L වේ. ටික වේලාවකට පසු ශිෂ්‍යයා දෙවන රූපයේ දැක්වෙන පරිදි රෝදය මුනින් අතට හැර වූ විට රෝදයේ නව භ්‍රමණ දිශාවට විරුද්ධ දිශාවට ශිෂ්‍යයා සමඟ පුටුව භ්‍රමණය වීමට පටන් ගනී. මෙසේ වන්නේ පද්ධතිය සිය මුල් කෝණික ගම්‍යතාවයේ විශාලත්වය හා දිශාව ආරක්ෂා කර ගැනීමට උත්සාහ දරන නිසාය. ශිෂ්‍යයා සමඟ පුටුවේ කෝණික ගම්‍යතාව L^1 නම්,



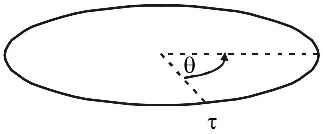
1 රූපය 2 රූපය

↑ කෝණික ගම්‍යතා සංස්ථිති නියමය යෙදීමෙන්

$$L = L^1 - L \Rightarrow L^1 = 2L$$

ව්‍යාවර්තයකින් කෙරෙන කාර්යය (W)
[Work done by a torque]

ව්‍යාවර්තයක් යටතේ වස්තුවක් කෝණික විස්ථාපනයක් සිදු කරන විටද කාර්යයක් සිදු වන්නේ යැයි කියනු ලැබේ. සිදු වූ කාර්ය ප්‍රමාණය ව්‍යාවර්තයේ විශාලත්වයේත්, සිදු වූ කෝණික විස්ථාපනයේත් ගුණිතයට සමාන වේ.



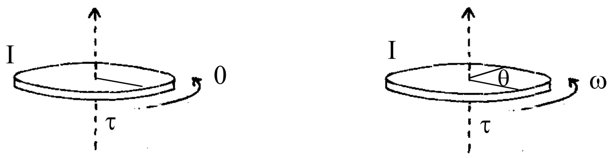
$$W = \tau \theta$$

(W — J, τ — Nm, θ — rad)

- ව්‍යාවර්තය ජූල් වලින් මනිනු නොලැබේ.

භ්‍රමණ චාලක ශක්තිය
[Rotational kinetic energy]

භ්‍රමණ චලිතය නිසා වස්තුවකයට හිමිවන චාලක ශක්තිය මෙනමින් හැඳින්වේ.



ආරම්භයේදී නිශ්චලව ඇති භ්‍රමණ අක්ෂය වටා I අවස්ථිති ඝූර්ණයෙන් යුත් වස්තුවක් මත නියත τ ව්‍යාවර්තයක් යෙදීම නිසා එය θ කෝණික විස්ථාපනයක් සිදුකරන විට ω කෝණික ප්‍රවේගයක් ලබාගන්නා ආකාරය රූපයේ දැක්වේ.

වස්තුව අයත් කරගත් භ්‍රමණ චාලක ශක්තිය = τ ව්‍යාවර්තයෙන් කළ කාර්යය

$= \tau \times \theta$

නමුත් $\tau = I\alpha$ අනුව $\alpha = \dfrac{\tau}{I}$

තවද $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$ අනුව

$\omega^2 = 0 + 2\dfrac{\tau}{I}\theta \longrightarrow \tau\theta = \dfrac{1}{2}I\omega^2$

භ්‍රමණ චාලක ශක්තිය $= \dfrac{1}{2}I\omega^2$

- වස්තුවක් මත යෙදෙන <u>සම්ප්‍රයුක්ත ව්‍යාවර්තය</u> මගින් කෙරෙන කාර්යය, එහි භ්‍රමණ චාලක ශක්ති <u>වෙනසට</u> සමාන වේ.

- $E = ½ I\omega^2$

  $= ½ I\omega \times \omega$

  $E = ½ L\omega$

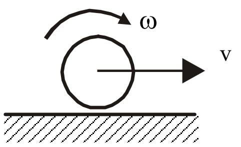
  මෙහි L යනු කෝණික ගම්‍යතාවයයි.

- $E = ½ I\omega^2$

  $= ½ \dfrac{I^2\omega^2}{I}$

  $E = \dfrac{L^2}{2I}$

- පෙරළීම (Rolling)



පෙරළෙන වස්තුවක් සතු මුළු චාලක ශක්තිය (E) සමාන වන්නේ එය සතු උත්තාරණ චාලක ශක්තියේත් භ්‍රමණ චාලක ශක්තියේත් එකතුවටයි.

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

ව්‍යාවර්තයක ක්‍ෂමතාව [Power of a torque]

$$P = \frac{\Delta w}{\Delta t}$$

ඉහත Δw කාර්ය ව්‍යාවර්තයකින් සිදු වේ නම් $\Delta w = \tau \Delta \theta$

$\therefore \quad P = \tau \times \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$ මෙහි $\frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \omega$ යනු කෝණික ප්‍රවේගයයි.

$$\boxed{P = \tau \omega}$$

τ ව්‍යාවර්තයක් යටතේ වස්තුවක් ω කෝණික ප්‍රවේගයෙන් භ්‍රමණය වන විට එම ව්‍යාවර්තය මගින් කාර්යය කිරීමේ සීඝ්‍රතාව හෙවත් ව්‍යාවර්තයේ ක්‍ෂමතාව ඉහත සමීකරණය මගින් ලබාදේ.

අභ්‍යාස

01. පෘථිවියේ අරය $6400\ km$ ක් ලෙස සලකා පෘථිවි සමකය මත ඇති වස්තුවක කෝණික ප්‍රවේගයත් රේඛීය ප්‍රවේගයත් සොයන්න.

02. සුමට ලෙස දිවෙන ප්‍රතිසම ඔරලෝසුවක
i. තත්පර කටුවෙහි ii. මිනිත්තු කටුවෙහි iii. පැය කටුවෙහි
කෝණික ප්‍රවේගය සොයන්න.

03. විදුලි පංකාවක් තත්පරයට වට 10 ක සීඝ්‍රතාවයකින් භ්‍රමණය වෙමින් පැවතුණි. විදුලිය විසන්ධි කිරීම නිසා විදුලි පංකාව තත්පර 10 ක දී ඒකාකාර කෝණික මන්දනයකින් නිශ්චලතාවයට පත්විය. විදුලි පංකාවේ කෝණික මන්දනය සොයන්න.

04. රෝදයකට $3\ rad\ s^{-2}$ ක නියත කෝණික ත්වරණයක් තිබේ. එය එක්තරා $4\ s$ කාල ප්‍රාන්තරයකදී $120\ rad$ ක කෝණික විස්ථාපනයක් සිදුකරයි. නිශ්චලතාවයෙන් චලිතය ඇරඹුවේ නම් ඉහත $4\ s$ කාල ප්‍රාන්තරය ඇරඹෙන විට රෝදය කොපමණ කාලයක් චලනය වී තිබේද ?

05. බාහිර ව්‍යාවර්තයක් යොදා කරකවන බයිසිකල් රෝදයක කෝණික ත්වරණය $3\ rad\ s^{-2}$ වේ ආරම්භයේදී රෝදය නිශ්චලව ඇති විට රෝද දාරයේ ලක්ෂ්‍යයක කෝණික පිහිටීම $\theta = 0$ වේ.
$2\ s$ ට පසු මෙම ලක්ෂ්‍යයේ කෝණික විස්ථාපනය හා රෝදයේ කෝණික ප්‍රවේගය සොයන්න.
ඉහත ගැටළුවේ බයිසිකල් රෝදයේ අරය $0.5\ m$ නම්, නිශ්චලතාවයෙන් පටන් ගෙන $2\ s$ ට පසු රෝද දාරයේ තිබෙන අංශුවක ස්පර්ශීය වේගය, ස්පර්ශීය ත්වරණය හා කේන්ද්‍රාභිසාරී ත්වරණය සොයන්න.

06. නිශ්චලතාවයේ පැවති රෝදයක් $20\ s$ ක් තුළදී $3000\ rpm$ දක්වා එහි භ්‍රමණ වේගය වැඩිකර ගන්නා ලදී. රෝදයේ කෝණික ත්වරණය කොපමණද ? මෙම කාලය තුළ එය භ්‍රමණය වූ වට ගණන කීයද ?

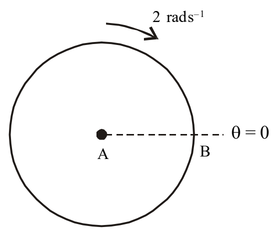
07. සංගීත තැටි වාදන යන්ත්‍රයක භ්‍රමණ මේසය ආරම්භයේදී $33\ rpm$ වේගයකින් භ්‍රමණය වන අතර එය $20\ s$ තුළදී නිශ්චලතාවයට පත්වේ.
i. භ්‍රමණ මේසයෙහි කෝණික ත්වරණය ඒකාකාර යැයි සලකා එහි අගය සොයන්න.
ii. භ්‍රමණ මේසය නිශ්චලතාවයට පත් වීමට පෙර වට කීයක් කරකැවේද ?
iii. භ්‍රමණ මේසයේ කේන්ද්‍රයේ සිට $14\ cm$ දුරින් සිටින කෘමියෙකුගේ ආරම්භක රේඛීය වේගය කුමක්ද ?
iv. කෘමියාගේ ස්පර්ශීය ත්වරණය කොපමණද ?

08. නිශ්චලතාවයෙන් චලිතය අරඹන රෝදයක් එහි අක්ෂය වටා නියත කෝණික ත්වරණයකින් භ්‍රමණය වේ. යම් මොහොතක රෝදය $10\ rev\ s^{-1}$ සීඝ්‍රතාවයෙන් භ්‍රමණය වේ. එතැන් සිට වට 60 කට පසු එය $15\ rev\ s^{-1}$ සීඝ්‍රතාවයෙන් භ්‍රමණය වේ.
i. රෝදයේ කෝණික ත්වරණය
ii. $10\ rev\ s^{-1}$ භ්‍රමණ සීඝ්‍රතාවක් ලබා ගැනීමට ආරම්භක මොහොතේ සිට ගත වූ කාලය
iii. $10\ rev\ s^{-1}$ භ්‍රමණ සීඝ්‍රතාව ලබාගන්නා විට ආරම්භක මොහොතේ සිට භ්‍රමණය වූ වට ගණන සොයන්න.

09. බර ජව රෝදයක් ඝර්ෂණ ව්‍යාවර්තය හේතුවෙන් මන්දනය වෙමින් පවතී. පළමු මිනිත්තුව අවසානයේදී එහි භ්‍රමණ වේගය ආරම්භක භ්‍රමණ වේගය වන $250\ rpm$ න් 0.90 ක් නම් දෙවන මිනිත්තුව අවසානයේදී භ්‍රමණ වේගය සොයන්න.

10. විශ්කම්භය $40\ cm$ වන රෝදයක් $3.6\ s$ ක කාලයක් තුළදී $80\ rpm$ සිට $300\ rpm$ දක්වා වූ ත්වරණයකට භාජනය වේ.
i. රෝදයේ කෝණික ත්වරණය
ii. ත්වරණය පටන් ගැනීමෙන් $2\ s$ ට පසු රෝදයේ දාරයේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක රේඛීය ත්වරණයේ අරීය හා ස්පර්ශීය සංරචක සොයන්න.

11. රූපයේ දක්වෙන පරිදි දක්ෂිණාවර්ත දිශාවට භ්‍රමණය වෙමින් පවතින ජව රෝදයක් සලකන්න. $t = 0$ දී ඊට $2\ rad\ s^{-1}$ කෝණික ප්‍රවේගයක් තිබෙන අතර AB රේඛාව $\theta = 0$ පිහිටීමේ පවති. ජව රෝදය $-0.25\ rad\ s^{-2}$ ක කෝණික මන්දනයකින් භ්‍රමණය වේ.

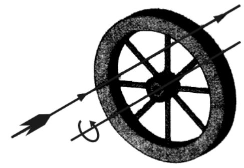


i. දක්ෂිණාවර්ත භ්‍රමණය + ලෙස සළකා + දිශාවට ජව රෝදය සිදුකරන උපරිම කෝණික විස්ථාපනය සොයන්න.

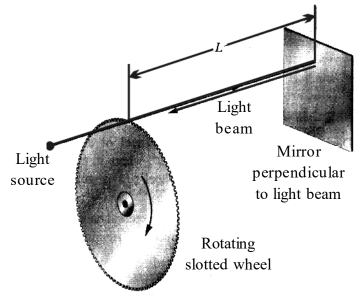
ii. $\theta = -10\ rad$ වීමට ගතවන කාලය සොයන්න.
(ඍණ පිළිතුරෙහි භෞතික අර්ථය කුමක්ද ?)

iii. $t = 0$ සිට $\theta = -10\ rad$ මොහොත දක්වා කාලය සමඟ θ හි විචලනය ප්‍රස්ථාර ගත කර (i) හා (ii) කොටස් වලට අදාළ පිහිටුම් ප්‍රස්ථාරය මත දක්වන්න.

12. රූපයේ දක්වෙන රෝදය සතුව සම දුරින් පිහිටුවා ඇති ගරාදි 8 ක් ඇත. රෝදයේ අරය 30 m වන අතර එය එහි අක්ෂය වටා $2.5\ rev\ s^{-1}$ නියත සීඝ්‍රතාවයකින් භ්‍රමණය වේ. 20 cm ක් දිග ඊතලයක් රෝදයේ අක්ෂයට සමාන්තරව කිසිදු ගරාදියක නොගැටී විදිය යුතු නම් ඊතලයට තිබිය යුතු අවම ප්‍රවේගය කුමක්ද ? ගරාදි හා ඊතලය ඉතා සිහින් බව සලකන්න.

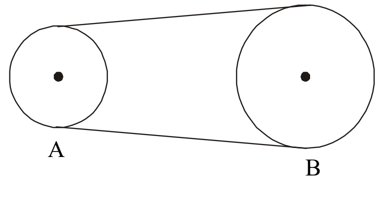


13. ආලෝකයේ ප්‍රවේගය මැනීම සඳහා යොදා ගත් පැරණි ක්‍රමයක් රූපයේ දක්වේ.



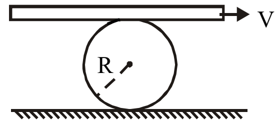
දාරයෙහි දැති සහිත භ්‍රමණය වන රෝදයක දැති දෙකක් අතර ඇති හිඩැසින් ගමන් ගන්නා ආලෝක කදම්බයක් රෝදයට 500 m ක් දුරින් තැබූ තල දර්පණයකින් පරාවර්තනය වී නැවත පැමිණෙන්නේ යාන්තමින් ඊළඟ හිඩැස හරහා යා හැකි පරිද්දෙනි. දාරයෙහි දැති 500 ක් ඇති අරය 5 cm ක් වූ මෙවැනි රෝදයක් යොදා ගත් පරීක්ෂණයකදී ආලෝකයේ ප්‍රවේගය $3 \times 10^5\ km\ s^{-1}$ ලෙස අනාවරණය කර ගත්තේ නම් රෝදයෙහි නියත කෝණික ප්‍රවේගයත් දාරයේ වූ ලක්ෂ්‍යයක රේඛීය ප්‍රවේගයත් සොයන්න.

14. රූපයේ දක්වා ඇති A රෝදයේ අරය 10 cm ක් ද B රෝදයේ අරය 25 cm ක් ද වේ. A නිශ්චලතාවයෙන් චලිතය අරඹා $1.6\ rad\ s^{-2}$ කෝණික ත්වරණයකින් භ්‍රමණය වන්නේ නම් 100 rpm භ්‍රමණ සීඝ්‍රතාවක් ලබා ගැනීමට B ට ගත වන කාලය සොයන්න. පටිය ලිස්සා නොයන්නේ යැයි උපකල්පනය කරන්න.



15. මෝටර් රථයක් මන්දනයෙන් ගමන් කිරීමේදී එහි වේගය $80\ km\ h^{-1}$ සිට $55\ km\ h^{-1}$ දක්වා අඩුවන විට, එහි රෝද භ්‍රමණ 55 ක් සිදු කරයි. රෝදයක විශ්කම්භය 1 m වේ. රෝද ලක්වූ කෝණික ත්වරණයද, මෙම මන්දනයෙන් දිගටම චලනය වුවහොත් මෝටර් රථය නතර කිරීමට ගත වන කාලයද සොයන්න.

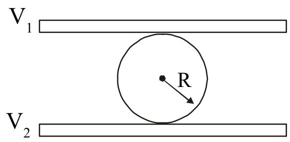
16. අචල තිරස් රළු තලයක් මත අරය R වූ සිලින්ඩරයක් තබා ඒ මත තැබූ රළු දණ්ඩක් V වේගයෙන් චලනය කෙරේ. කිසිඳු ස්ථානයක ලිස්සීමක් සිදු නොවන බව සලකා සිලින්ඩරයේ කෝණික ප්‍රවේගයත් කේන්ද්‍රයේ රේඛීය ප්‍රවේගයත් සොයන්න.



17. V_1 හා V_2 වේගයෙන්

i. එකම දිශාවට

ii. විරුද්ධ දිශාවට චලනයවන සමාන්තර දඬු දෙකක් අතර තබා ඇති අරය R වූ සිලින්ඩරයක කෝණික ප්‍රවේගයත් කේන්ද්‍රයේ රේඛිය ප්‍රවේගයත් සොයන්න. සිලින්ඩරය දඬු අතර නොලිස්සන බව සලකන්න.



18. ස්කන්ධය M බැගින් වූ කුඩා ගෝල 4 ක්, පාදයක දිග a වන සැහැල්ලු සමචතුරස්‍රාකාර ලී රාමුවක ශීර්ෂවලට සවිකර ඇත. රාමුවට ලම්භකව එක් ස්කන්ධයක් හරහා යන අක්ෂයක් වටා පද්ධතියේ අවස්ථිති ඝූර්ණය සොයන්න.

19. ස්කන්ධය 0.56 kg වූ ඒකාකාර මීටර රූලක 20 cm සලකුණ හරහා යන රූලට ලම්භක අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය සොයන්න. රූල සිහින් දණ්ඩක් ලෙස උපකල්පනය කරන්න.

20. ස්කන්ධය m හා අරය r වූ කුහර සිලින්ඩරයකට එකක ස්කන්ධය m හා අරය r වූ පියන් දෙකක් සවිකර තිබේ. සිලින්ඩරයේ අක්ෂය වටා පද්ධතියේ අවස්ථිති ඝූර්ණය සොයන්න.

21. අංශු 4 ක ස්කන්ධ සහ පිහිටුම් ඛණ්ඩාංක පහත පරිදි වේ.

50 g : x = 2 cm , y = 2 cm
25 g : x = 0 , y = 4 cm
25 g : x = –3 cm , y = –3 cm
30 g : x = –2 cm , y = 4 cm

i. x අක්ෂය වටා,

ii. y අක්ෂය වටා,

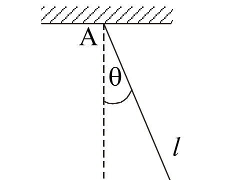
iii. z අක්ෂය වටා, අංශු පද්ධතියේ අවස්ථිති ඝූර්ණ සොයන්න.

22. දිග 0.5 m වූ තන්තුවකට ගැට ගසා ඇති 2 kg ස්කන්ධයක් තන්තුවේ කෙළවර වටා වෘත්තාකාර පථයක $10\ rad\ s^{-1}$ කෝණික ප්‍රවේගයෙන් යුතුව භ්‍රමණය වේ. භ්‍රමණ අක්ෂය වටා ස්කන්ධයේ කෝණික ගම්‍යතාව සොයන්න.

23. පෘථිවිය සහ චන්ද්‍රයා අතර මාධ්‍යන්‍ය දුර 3.84×10^5 km වන අතර චන්ද්‍රයාට පෘථිවිය වටා එක්වරක් යාමට දින 27.3 ක් ගතවේ. චන්ද්‍රයාගේ ස්කන්ධය 7.3×10^{22} kg ලෙස සලකා පෘථිවිය වටා චන්ද්‍රයාගේ කෝණික ගම්‍යතාව සොයන්න.

24. රූපයේ දැක්වෙන කේතු අවලම්බයේ A හරහා යන සිරස් අක්ෂය වටා කෝණික ගම්‍යතාව

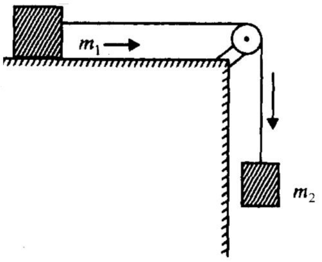
$$L = \sqrt{\frac{m^2\, g\, l^3\, \sin^4\theta}{\cos\theta}}$$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න.



25. m_1 හා m_2 ස්කන්ධ දෙකක් l දිගැති සැහැල්ලු ඍජු දණ්ඩක දෙකෙලවරට ඇඳා, පද්ධතියේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය හරහා යන දණ්ඩට ලම්බක අක්ෂයක් වටා ω නියත කෝණික ප්‍රවේගයකින් භ්‍රමණය කෙරේ. පද්ධතියේ කෝණික ගම්‍යතාවය $\mu\ l^2\omega$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න.

මෙහි, $\mu = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ වේ.

26. රූපයේ දැක්වෙන පද්ධතියේ (කප්පියේ අක්ෂය වටා) කෝණික ගම්‍යතාව සොයන්න.
$m_1 = 3\ kg$ හා $m_2 = 1\ kg$ වේ. කප්පියේ අරය $0.3\ m$ වන අතර අක්ෂය වටා එහි අවස්ථිති ඝූර්ණය $0.14\ kg\ m^2$ වේ. පද්ධතිය $2\ ms^{-1}$ ක රේඛීය ප්‍රවේගයකින් චලනය වන බවත් තන්තුව නොලිස්සන බවත් සලකන්න.

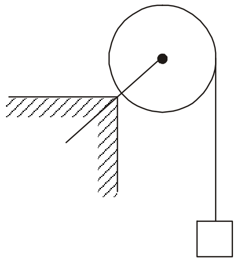


27. අවස්ථිති ඝූර්ණය $80\ kg\ m^2$ වූ ජව රෝදයක් $6000\ rad\ s^{-1}$ සීඝ්‍රතාවයෙන් භ්‍රමණය වෙමින් තිබියදී ඒකාකාර මන්දනයකට ලක් කර $30\ s$ කදී නිසලතාවට පමුණුවන ලදී. මන්දනය කිරීම සඳහා යෙදුනු ව්‍යාවර්තය සොයන්න.

28. ස්කන්ධය $0.5\ kg$ වූ රෝදයක අක්ෂය වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය $0.05\ kg\ m^2$ වේ. එය තත්පරයකට වාර 30 ක සීඝ්‍රතාවයෙන් භ්‍රමණය වෙමින් තිබියදී $0.26\ Nm$ බල යුග්මයක් යෙදීමෙන් ඒකාකාර මන්දනයකට ලක් කරන ලදි. රෝදය නිසලතාවයට පැමිණීමට පෙර කීවාරයක් භ්‍රමණය වේද ?

29. අවස්ථිති ඝූර්ණය $0.3\ kg\ m^2$ වන බර ජව රෝදයක් එය හා සැසැඳු කල නොසලකා හල හැකි තරම් කුඩා ස්කන්ධයක් ඇති, අරය $0.01\ m$ වූ තිරස් අක්ෂ දණ්ඩක් මත නංවා ඇත. ඝර්ෂණය නොසලකා හැර,
   i. අක්ෂ දණ්ඩට ස්පර්ශක ලෙස $40\ N$ ක බලයක් යෙදුවිට ජව රෝදයේ කෝණික ත්වරණය හා
   ii. නිශ්චලතාවයේ සිට $10\ s$ ට පසු ජව රෝදයේ කෝණික ප්‍රවේගය සොයන්න.

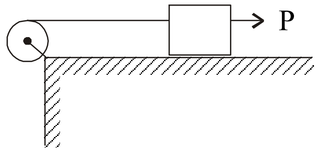
30. රූපයේ දක්වා ඇති ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටියෙහි අරය $20\ cm$ ද ස්කන්ධය $2.5\ kg$ ද වේ. තැටිය එහි කේන්ද්‍රය හරහා යන සිය තලයට ලම්බක අක්ෂයක් වටා සුමටව භ්‍රමණය වේ. තැටියෙහි පරිධිය වටා එතූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකට ස්කන්ධය $1.2\ kg$ වූ වස්තුවක් ඇඳා තිබේ.



   i. වස්තුවෙහි ත්වරණය
   ii. තැටියෙහි කෝණික ත්වරණය
   iii. තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.
තන්තුව ලිස්සා නොයන බව උපකල්පනය කරන්න. ($I = \dfrac{1}{2}\ mr^2$)

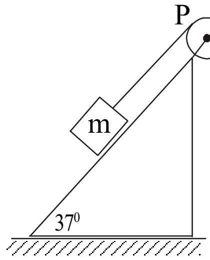
31. විශ්කම්භය $1\ m$ වන රෝදයකට තිරස් අක්ෂයක් (සිය කේන්ද්‍රය හරහා යන) වටා ඝර්ෂණයෙන් තොරව භ්‍රමණය විය හැකිය. අක්ෂය වටා රෝදයේ අවස්ථිති ඝූර්ණය $5\ kg\ m^2$ වේ. රෝදයේ පරිධිය වටා ඔතා ඇති ලණුවක් මත නියත 20 N ක ආතතියක් යොදා ඇති අතර එමගින් රෝදය ත්වරණයට භාජනය කරයි. $t = 0$ විට රෝදය නිශ්චලතාවයෙන් භ්‍රමණය සඳහා මුදා හැරෙන්නේ යැයි සලකා,
   i. රෝදයේ කෝණික ත්වරණය
   ii. $t = 3s$ විට රෝදයේ කෝණික ප්‍රවේගය
   iii. පළමු 3s තුළදී දිග හැරී තිබෙන ලණුවේ දිග ප්‍රමාණය සොයන්න.

32. අරය 0.20 m වූ කප්පියකට සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් ඈඳූ 2.0 kg ස්කන්ධය ඇති වස්තුවක් සුමට තිරස් තලයක් මත තබා P = 3.0N වූ නියත තිරස් බලයකින් අදිනු ලැබේ. භ්‍රමණ අක්ෂය වටා කප්පියේ අවස්ථිති සූර්ණය 0.050 kg m^2 වේ. කප්පියේ භ්‍රමණය ඝර්ෂණයෙන් තොර යැයිද තන්තුව කප්පිය මත ලිස්සන්නේ නැතැයිද සලකා කප්පියේ කෝණික ත්වරණය සොයන්න.



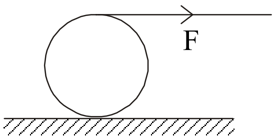
33. ස්කන්ධය 12 kg වන m වස්තුවක් P නැමැති කප්පියක් වටා ඔතා ඇති තන්තුවකට ඈඳා තිබේ. කප්පියේ අරය 10 cm වන අතර ස්කන්ධය 2 m s^{-2} ත්වරණයෙන් ඝර්ෂණයෙන් තොරව ආනත තලය මත ගමන් කරවීමට සලස්වනු ලැබේ. කප්පියේ භ්‍රමණයද ඝර්ෂණයෙන් තොර යැයි සලකා,

i. තන්තුවේ ආතතිය
ii. කප්පියේ අවස්ථිති සූර්ණය
iii. 2 s ට පසු කප්පියේ කෝණික ප්‍රවේගය
(කප්පිය භ්‍රමණයට මුදා හැරෙනුයේ නිශ්චලතාවයෙන් යැයි සලකා) සොයන්න.



34. ස්කන්ධය 2kg හා අරය 25cm වූ ඝන සිලින්ඩරයක් මත ඔතා ඇති සැහැල්ලු තන්තුවක නිදහස් කෙළවර අචලව රඳවා සිලින්ඩරයට පහලට වැටීමට සැලැස්සූ විට එහි රේඛීය ත්වරණයත් තන්තුවේ ආතතියත් සොයන්න.

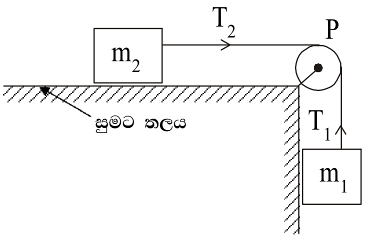
35. ස්කන්ධය m හා අරය r වූ ඝන සිලින්ඩයක් වටා ඔතා ඇති සැහැල්ලු තන්තුවක් ඇදීමේදී එමගින් සිලින්ඩරය මත නියත F තිරස් බලයක් ඇති වන පරිදි සිලින්ඩරය පෙරලේ. සිලින්ඩරය නොලිස්සන බව උපකල්පනය කරමින්



i. ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ ත්වරණයත්
ii. තලය මගින් ඇති කරන ඝර්ෂණ බලයත්
iii. තලය මත d දුරක් පෙරළී ගිය පසු සිලින්ඩරයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ රේඛීය ප්‍රවේගයත් සොයන්න.

36. ඒකාකාර ඝන සිලින්ඩරයක් තිරසට θ කෝණයක් ආනත රළු තලයක් මත ලිස්සීමකින් තොරව පෙරළීමට සිලින්ඩරය හා තලය අතර පැවතිය යුතු අවම ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{3}\tan\theta$ බව පෙන්වන්න.

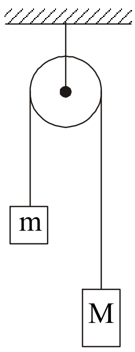
37.



ස්කන්ධය m_1 සහ m_2 වන වස්තු දෙකක් සැහැල්ලු තන්තුවක් මගින් ඈඳා තිබේ. තන්තුව අරය R සහ අවස්ථිති සූර්ණය I වන සුමට P කප්පියක් මතින් ගමන් කරයි. තන්තුවේ කප්පිය මත ලිස්සන්නේ නැතැයි සලකා,

i. ස්කන්ධවල ත්වරණය
ii. T_1 හා T_2 ආතති සොයන්න.
iii. කප්පියේ අවස්ථිති සූර්ණය නොසලකා හැරිය විට ඔබට ලැබෙන පිළිතුරු ඉහත විසඳුම් සමඟ සසඳන්න.

38. දක්වා ඇති රූපයෙහි M = 500 g ද, m = 460 g ද , වේ. කප්පියේ අරය 5 cm වන අතර එය එහි අක්ෂය වටා සුමටව භ්‍රමණය වේ. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් චලිතයට මුදා හැරිය විට M ස්කන්ධය 5 s ක කාලයක් තුළ 75 cm ක් පහළට වැටේ.



i. M හා m හි ත්වරණය
ii. M ට සම්බන්ධිත තන්තු කොටසේ ආතතිය
iii. m ට සම්බන්ධිත තන්තු කොටසේ ආතතිය
iv. කප්පියේ කෝණික ත්වරණය
v. කප්පියේ අවස්ථිති සූර්ණය සොයන්න. තන්තුව කප්පිය මත ලිස්සා නොයන බව සලකන්න.

39. විෂ්කම්භය 1.0 cm ක් වන අක්ෂ දණ්ඩක් සහිත ජව රෝදයක් ඝර්ෂණයෙන් තොර ඉසිලුම් මත නංවා තිබේ. අක්ෂ දණ්ඩ වටා තදින් එතූ සිහින් නූලකට 2 N නියත ආතතියක් යෙදීමෙන් ජව රෝදය චලනය කරවනු ලැබේ. භ්‍රමණ අක්ෂය වටා පද්ධතියේ අවස්ථිති ඝූර්ණය 5.0×10^{-4} kg m^2 වේ.

i. ජව රෝදයේ කෝණික ත්වරණය

ii. නූලෙන් 1 m ක දිගක් අක්ෂ දණ්ඩෙන් ඇදී ගිය විට, නූලේ ආතතිය සම්පූර්ණයෙන්ම ඉවත් වේ නම් ජව රෝදය එක් සම්පූර්ණ වටයකින් නිශ්චලතාවට ගෙන ඒමට ඊට යෙදිය යුතු නියත මන්දන බල යුග්මය සොයන්න.

40. I_1 අවස්ථිති ඝූර්ණයෙන් යුතු තැටියක් ω_0 කෝණික ප්‍රවේගයෙන් සිය කේන්ද්‍රය හරහා යන තැටියට ලම්බක සිරස් අක්ෂයක් වටා ඝර්ෂණයෙන් තොරව භ්‍රමණය වේ. සිය කේන්ද්‍රය හරහා යන මුල් අක්ෂය වටාම I_2 අවස්ථිති ඝූර්ණයෙන් යුත් භ්‍රමණය නොවන තවත් තැටියක් පළමු තැටිය මතට අත හරිනු ලැබේ. තැටි වල පෘෂ්ඨ රළු බැවින් ඒවා එකම ω කෝණික ප්‍රවේගයකින් භ්‍රමණය වීමට පටන් ගනී. ω හි අගය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න.

41. මුද්‍රා නාට්‍යාංගනාවක් සිය අත් විහිදුවාගෙන තත්පරයට පරිභ්‍රමණ 1 ක් සිදු කරමින් සිරස් අක්ෂයක් වටා බමයි. අත් හකුළුවා ගත් විට සිරස් අක්ෂය වටා ඇගේ අවස්ථිති ඝූර්ණය 60% කින් අඩු වෙයි නම් ඇගේ නව පරිභ්‍රමණ සීඝ්‍රතාව සොයන්න.

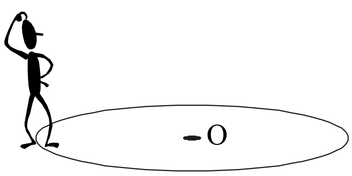
42. අවස්ථිති ඝූර්ණය 5×10^{-4} kg m^2 වන තැටියක් 40 rpm සීඝ්‍රතාවයෙන් එහි කේන්ද්‍රය හරහා යන අක්ෂයක් වටා නිදහසේ භ්‍රමණය වෙයි. 0.02 kg ස්කන්ධයෙන් යුතු ඉටි ස්වල්පයක් අක්ෂයේ සිට 0.08 m ක් දුරින් තැටිය උඩට සිරුවෙන් අත හැරිය විට තැටියේ නව පරිභ්‍රමණ සීඝ්‍රතාව සොයන්න.

43. භ්‍රමණ මේසයක් මත ඇති ග්‍රැමපෝන් තැටියක් 45 rpm නියත සීඝ්‍රතාවයකින් භ්‍රමණය වෙයි. 20 g ක කුඩා ස්කන්ධයක් භ්‍රමණ අක්ෂයේ සිට 4 cm දුරින් තැටිය මතට සීරුවෙන් හෙළූ විට එය තැටිය හා ඇලීම නිසා පරිභ්‍රමණ සීඝ්‍රතාව 36 rpm දක්වා පහත බසී. සිය කේන්ද්‍රය වටා තැටියේ අවස්ථිති ඝූර්ණය ගණනය කරන්න.

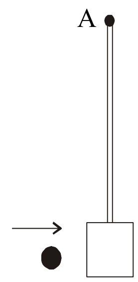
44. පෘථිවිය ඒකාකාර ඝන ගෝලයක් ලෙස සලකා එහි ස්කන්ධයෙහි වෙනසකින් තොරව අරය අඩක් වුයේ නම් පෘථිවි දිනය කොපමණ වනු ඇත් ද ? (විෂ්කම්භයක් වටා ඝන ගෝලයක අවස්ථිති ඝූර්ණය $\frac{2}{5}$ mr^2 වේ.)

45. පෘථිවි කේන්ද්‍රය දෙසට එල්ල වූ දිශාවක් ඔස්සේ පැමිණෙන ස්කන්ධය m වූ කුඩා උල්කාපාතයක්, සමකය අසල ස්ථානයකට වැටේ. පෘථිවිය, ස්කන්ධය M හා අරය R වූ ඒකාකාර ඝන ගෝලයක් ලෙස සලකා උල්කාපාතය වැටීම හේතුවෙන් පෘථිවිය මත "දවසක" කාලය 5mT / 2M ප්‍රමාණයකින් වැඩිවන බව පෙන්වන්න. මෙහි T යනු උල්කාපාතය වැටීමට පෙර "දවසක" කාලයයි.

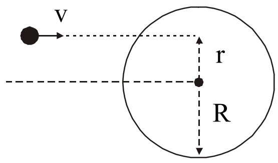
46. O වටා සුමටව භ්‍රමණය විය හැකි රෝදයක පරිධිය මත සිටගෙන සිටින ස්කන්ධය M වූ ළමයෙක් ස්කන්ධය m වූ වස්තුවක් V ප්‍රවේගයෙන් තිරස්ව රෝදයට ස්පර්ශක දිශාවට විසි කරයි. රෝදයේ අවස්ථිති ඝූර්ණය I හා අරය R වේ. පද්ධතිය ආරම්භයේදී නිශ්චලව පැවතුනි නම් එහි කෝණික ප්‍රවේගයත් ළමයාගේ රේඛීය ප්‍රවේගයත් සොයන්න.



47. ස්කන්ධය 0.5 kg වූ ලී කුට්ටියක් A හරහා යන තිරස් අක්ෂයක් වටා භ්‍රමණය විය හැකි 0.60 m දිග ඒකාකාර නොවන දණ්ඩක කෙළවරට ඇඳා තිබේ. A වටා දණ්ඩේ අවස්ථිති ඝූර්ණය 0.060 kg m^2 වේ. 1 g ක ස්කන්දයක් ඇති උණ්ඩයක් තිරස්ව ගමන් කොට ලී කුට්ටියේ වැදී එහි ගිලේ. පද්ධතියේ ආරම්භක කෝණික ප්‍රවේගය 4.5 rad s^{-1} නම් උණ්ඩයේ ආරම්භක ප්‍රවේගය සොයන්න. ලී කුට්ටිය අංශුවක් ලෙස සලකන්න.



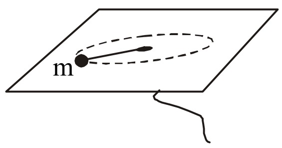
48.



ස්කන්ධය 2kg හා අරය R = 20 cm වූ ඝන සිලින්ඩරයකට සිය අක්ෂය වටා සුමටව භ්‍රමණය විය හැකිය. $V = 2ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගමන් ගන්නා 100 g ක ස්කන්ධයක් ඇති අංශුවක් නිශ්චල සිලින්ඩරයේ වැදී එහි ඇලේ. ගැටුමෙන් පසු පද්ධතියේ කෝණික ප්‍රවේගය සොයන්න. r = 15 cm ලෙස සලකන්න.

49. පෘථිවියේ උෂ්ණත්වයෙ ඉහල යාම හේතුවෙන් ධ්‍රැවාසන්න අයිස් කඳු දිය වීම නිසා සාගර ගැඹුර 30 m කින් වැඩි වුයේ යැයි සලකා පෘථිවියේ "දිනයට" මින් සිදුවන දළ බලපෑම සොයන්න.
(පෘථිවියේ අරය 6400 km වන අතර පෘථිවිය ඝන ගෝලයක් ලෙස සලකන්න. ඝන ගෝලයක විෂ්කම්භයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය $\frac{2}{5}mr^2$ වේ.)

50. අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය m වන අංශුවක් ගැටගසා ඇති අතර, තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර සුමට මේස පෘෂ්ඨයක ඇති සිදුරක් හරහා යවා ඇත. තන්තුවේ නිදහස් කෙළවර සිරස්ව පහළට ඇද තිබියදී m ස්කන්ධය සුමට මේස පෘෂ්ඨය මත අරය 0.8 m වූ වෘත්තාකාර පථයක $2.4\ ms^{-1}$ වේගයෙන් පරිභ්‍රමණය වේ. වෘත්තයේ අරය 0.48 m වන සේ තන්තුව එහි නිදහස් කෙළවරින් පහළට අදිනු ලැබුවේ නම් m හි නව වේගය කොපමණද ?



51. 25 Nm ව්‍යවර්තයක් යටතේ භ්‍රමණ අක්ෂය වටා $5\ kg\ m^2$ අවස්ථිති ඝූර්ණයක් ඇති වස්තුවක් 4 s ක් තුළ භ්‍රමණය වීමේදී ඒ මත කෙරෙන කාර්යය සොයන්න.

52. තිරස් තලයක් දිගේ ලිස්සීමකින් තොරව පෙරළෙන තැටියකට එහි කේන්ද්‍රය වටා $2.5\ kg\ m^2$ ක අවස්ථිති ඝූර්ණයක් ද, 5 kg ක ස්කන්ධයක්ද තිබේ. තැටියේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ ප්‍රවේගය $2\ m\ s^{-1}$ කි. තැටියේ අරය 1 m නම්,

i. එහි කෝණික ප්‍රවේගයත්,

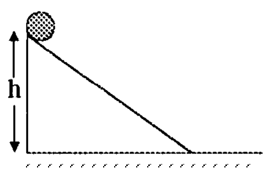
ii. මුළු චාලක ශක්තියත් සොයන්න.

53. ජව රෝදයකට 200 J ක චාලක ශක්තියක් තිබේ. එම ජව රෝදයට 5 N m ක නියත ප්‍රතිවිරුද්ධ බල යුග්මයක් යොදන්නේ නම්, එය නිශ්චලතාවට පැමිණෙන්නේ භ්‍රමණ කීයක් සිදු කල පසුද ? සිය කේන්ද්‍රය වටා ජව රෝදයේ අවස්ථිති ඝූර්ණය $4\ kg\ m^2$ නම්, එය නිශ්චලතාවයට පැමිණීමට ගතවන කාලය සොයන්න.

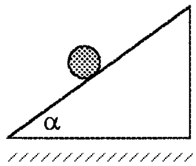
54. පෘථිවිය ඒකාකාර ඝන ගෝලයක් සේ සලකන්න. පෘථිවියේ අරය 6.4×10^3 km ද එහි ස්කන්ධය 6.0×10^{24} kg ද වේ නම්, පෘථිවිය සිය අක්ෂය වටා භ්‍රමණය වීමේදී එය සතුවන භ්‍රමණ චාලක ශක්තිය සොයන්න.
(ඝන ගෝලයක අවස්ථිති ඝූර්ණය = $\frac{2}{5}mr^2$)

55. ඔක්සිජන් අණුවක ස්කන්ධය 5.3×10^{-26} kg වන අතර ඊට ඔක්සිජන් පරමාණු දෙක යා කරන රේඛාවට ලම්බකව ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය හරහා යන අක්ෂයක් වටා $1.94 \times 10^{-46}\ kg\ m^2$ ක අවස්ථිති ඝූර්ණයක් තිබේ. ඔක්සිජන් අනුව $500\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරයි නම් හා එහි භ්‍රමණ චාලක ශක්තිය, උත්තාරණ චාලක ශක්තියෙන් 2/3 ක් නම් ඔක්සිජන් අණුවේ කෝණික ප්‍රවේගය සොයන්න.

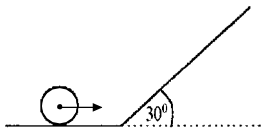
56. පොළොව මට්ටමේ සිට h උසකින් ඇති කුඤ්ඤයක් මුදුනේ රූපයේ දක්වෙන අයුරු ස්කන්ධය m හා අරය R වන ඝන සිලින්ඩරයක් තබා ඇත. එය ලිස්සීමකින් තොරව පෙරලේ යැයි සලකා සිලින්ඩරය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හැරිය විට කුඤ්ඤය පහළදී එහි වේගය සොයන්න. ($I = \frac{1}{2}mr^2$)



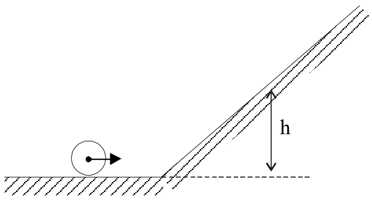
57. රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට ඝන සිලින්ඩරයක් α කෝණයකින් ආනත රළු තලයක් මත ලිස්සීමකින් තොරව පෙරළේ. සිලින්ඩරයේ උත්තාරණ ත්වරණය $\frac{2}{3}$ g Sin α නියත අගයක් ගන්නා බව පෙන්වන්න.
(ඝන සිලින්ඩරයක අක්ෂය වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය $\frac{1}{2}$ mr^2 වේ)



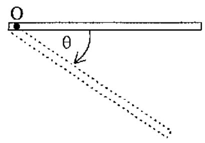
58. අරය 5 cm වූද ස්කන්ධය 0.5 kg වූද ඝන ගෝලයක් තිරස් තලයක් දිගේ පෙරළීගෙන එයි. මෙම ගෝලයට තිරසට 30^0 ක් ආනත තලයක් හමුවන මොහොතේදී එහි කේන්ද්‍රයේ තිරස් ප්‍රවේගය 2 m s^{-1} වේ. ලිස්සීමකින් තොරව පෙරලේ යැයි සලකා ගෝලය ආනත තලයේ කොපමණ දුරක් ඉහළ නගී දැයි ගණනය කරන්න.
(ඝන ගෝලයක විෂ්කම්භයක් ඔස්සේ වූ අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය $\frac{2}{5}$ mr^2)



59. ස්කන්ධ m හා අරය R වූ වස්තුවක් තිරස් තලයක් දිගේ පෙරළීගෙන එයි. මෙම වස්තුවට දක්වා ඇති ආනත තලය මුණ ගැසෙන මොහොතේදී එහි කේන්ද්‍රයේ තිරස් ප්‍රවේගය V වේ. තලය දිගේ වස්තුව ගමන් ගන්නා උපරිම උස වන h , $h = 3v^2 / 4g$ මගින් ලබා දේ නම්, වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය හරහා යන අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය සොයන්න. මෙම වස්තුව කුමක් විය හැකිද ? (වස්තුව නොලිස්සන බව උපකල්පනය කරන්න.)

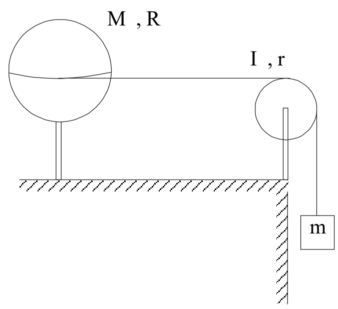


60. රූපයේ පෙන්වා ඇති 1 m ක් දිග ඒකාකාර දණ්ඩ O හිදී අසව් කර ඇත්තේ සිරස් තලයක නිදහසේ භ්‍රමණය විය හැකි පරිදිය. එය තිරස්ව අල්ලා නිදහස් කරනු ලැබේ. දණ්ඩ රූපයේ පෙන්වා ඇති පිහිටුම පසු කරන විට එහි කෝණික වේගය හා නිදහස් කෙළවරෙහි රේඛීය වේගය සොයන්න. ($I = \frac{1}{3} ml^2$)



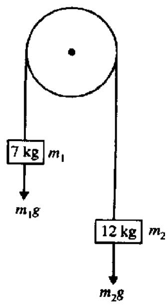
61. සම්පූර්ණ අවස්ථිති ඝූර්ණය 0.002 kg m^2 වන චක්‍රයක් සහ අක්ෂ දණ්ඩක්, අක්ෂය වටා ඔතා ඇති තන්තුවකට ගැට ගසා ඇති 800g මගින් තිරස් අක්ෂයක් වටා භ්‍රමණය කිරීමට සලස්වා ඇත. අක්ෂ දණ්ඩේ අරය 2 cm වේ. රෝදයට තත්පරයට භ්‍රමණ 3 ක වේගයක් ඇති කිරීම සඳහා ස්කන්ධය නිශ්චලතාවයේ සිට කොපමණ දුරක් පහළට වැටිය යුතුද ?

62.

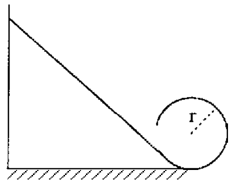


පද්ධතිය සුමටව චලනය වන අතර ඝන ගෝලය මත හා කප්පිය මත ඇති තන්තු කොටස් ලිස්සා නොයයි. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් චලිතයට මුදා හැරිය විට, m ස්කන්ධය h දුරක් පහළ වැටුණු පසු එහි ප්‍රවේගය සොයන්න. ඝන ගෝලයක අවස්ථිති ඝූර්ණය $\frac{2}{5}$ mr^2 වේ.

63. රූපයේ දැක්වෙන පද්ධතියේ $m_1 =$ 7 kg හා $m_2 =$ 12kg වන අතර සුමට කප්පියේ අරය 5cm කි. නිශ්චලතාවයේ සිට නිදහස් කල විට m_2 , 2 s කදී 1m ක් පහල වැටේ නම් කප්පියේ අවස්ථිති ඝූර්ණය සොයන්න.



64. සුමට ආනත මාර්ගයක් අවසාන වන්නේ, අරය r වූ වෘත්තාකාර පුඩුවකිනි. මාර්ගය මත කුමන අවම සිරස් උසක සිට අංශුවක් නිදහස් කල විට එය පුඩුව තුළ සම්පූර්ණ වටයක් ගමන් කරයිද ?



65. අවස්ථිති ඝූර්ණය $2\ kg\ m^2$ වන ජව රෝදයක් මිනිත්තුවකට වට 6×10^2 නියත වේගයකින් භ්‍රමණය කිරීම සඳහා විදුලි මෝටරයක් මගින් එම රෝදය වෙත 5×10^2 W ජවයක් සපයනු ලැබේ. විදුලි මෝටරය නතර කල විට ජව රෝදය නිශ්චලතාවයට පත් වීම සඳහා කොපමණ කාලයක් ගත වේද ? (ජව රෝදයේ චලිතයට එරෙහි ඝර්ෂණ ව්‍යාවර්තය නියත බව උපකල්පනය කරන්න.)

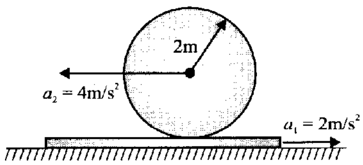
MCQ

Time target : 20 minutes

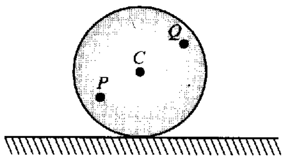
01. ආරම්භයේදී නිශ්චලතාවයේ පැවති රෝදයක් මත 50 Nm ක නියත ව්‍යාවර්තයක් ක්‍රියා කිරීම නිසා එය 10 s කදී 200 rad ක් භ්‍රමණය වේ. රෝදයේ කෝණික ත්වරණය වන්නේ,
1. $1\ rad\ s^{-2}$ 2. $2\ rad\ s^{-2}$ 3. $4\ rad\ s^{-2}$ 4. $6\ rad\ s^{-2}$ 5. $8\ rad\ s^{-2}$

02. දෙන ලද සිහින් කම්බියකින් P හා Q නැමැති වෘත්තාකාර පුඩු දෙකක් සාදනු ලැබේ. P හි අරය r වන අතර Q හි අරය nr වේ. සිය තලයට ලම්බකව කේන්ද්‍රය හරහා යන අක්ෂයක් වටා Q හි අවස්ථිති ඝූර්ණය , එබඳුම අක්ෂයක් වටා P හි අවස්ථිත ඝූර්ණය මෙන් සිව් ගුණයක් නම් n හි අගය
1. $4^{1/3}$ 2. $4^{2/3}$ 3. $4^{1/2}$ 4. $4^{1/4}$ 5. $4^{3/4}$

03. අරය 2 m වූ වෘත්තාකාර තැටියක් රූපයේ දක්වෙන පරිදි තිරස් ලෑල්ලක් මත ලිස්සීමකින් තොරව පෙරළේ. අදාළ ත්වරණ රූපයේ දක්වා ඇත. තැටියේ කෝණික ත්වරණය වනුයේ,
1. $4\ rad\ s^{-2}$
2. $3\ rad\ s^{-2}$
3. $2\ rad\ s^{-2}$
4. $1\ rad\ s^{-2}$
5. 0



04. රූපයේ දක්වෙන පරිදි තිරස් තලයක් මත වෘත්තාකාර තැටියක් ලිස්සීමකින් තොරව පෙරළේ. තැටියේ කේන්ද්‍රය C වන අතර P හා Q යනු C හි සිට සමදුරින් පිහිටා ඇති ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. V_P, V_Q හා V_C යනු පිළිවෙලින් P , Q හා C ලක්ෂ්‍ය වල රේඛීය ප්‍රවේගයන්ගේ විශාලත්ව නම් ,
1. $V_Q > V_C > V_P$
2. $V_Q > V_P > V_C$
3. $V_Q > V_P\ ,\ V_C = 1/2\ V_P$
4. $V_P > V_Q > V_C$
5. $V_C > V_P > V_Q$



05. නිශ්චලතාවයේ පවතින භ්‍රමණ තැටියකට සිය අක්ෂය වටා ඝර්ෂණයෙන් තොරව භ්‍රමණය විය හැකිය. එහි අරය R ද අක්ෂය වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය I ද වේ. ස්කන්ධය m වූ ළමයෙක් තැටියෙහි පරිධියට ස්පර්ශක දිශාවක් ඔස්සේ V වේගයෙන් දුවගෙන විත් එයට ගොඩවේ. එවිට ළමයා සහිත තැටියේ කෝණික ප්‍රවේගය වන්නේ (ළමයා අංශුවක් ලෙස උපකල්පනය කරන්න.)

1. $\frac{mV^2R}{(mR^2+I)}$ 2. $\frac{mVR}{(mR^2+I)}$ 3. $\frac{mV^2R}{2(mR^2+I)}$ 4. $\frac{mVR}{2(mR^2+I)}$ 5. $\frac{2mVR}{(mR^2+I)}$

06. ඒකාකාර වෘත්තාකාර වළල්ලක් තිරසට 30^0 ක් ආනත තලයක් මත ලිස්සීමකින් තොරව පෙරළේ. එහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ ත්වරණය වනුයේ , (g - ගුරුත්වජ ත්වරණයයි)

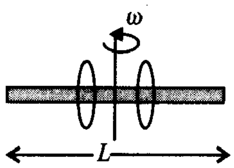
1. $g / 2$ 2. $g / 3$ 3. $g / 4$ 4. $g / 6$ 5. g

07. අරය R වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර වළල්ලක් තිරස් තලයක් මත ලිස්සීමකින් තොරව නියත V වේගයෙන් පෙරළීගෙන යයි. වළල්ලේ පහලම ලක්ෂ්‍යයට සාපේක්ෂව එහි ඉහලම ලක්ෂ්‍යයේ ත්වරණය වනුයේ ,

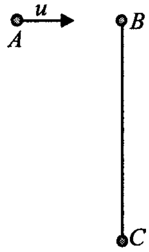
1. V^2/R 2. $2V^2/R$ 3. $V^2/2R$ 4. $4V^2/R$ 5. $V^2/4R$

08. ස්කන්ධය M හා දිග L වූ ඒකාකාර සෘජු දණ්ඩක කේන්ද්‍රය සමීපයේ එකක ස්කන්ධය m වන සුමට පබළු දෙකක් රඳවා ඇත්තේ රූපයේ දක්වා ඇති පරිදිය. ආරම්භයේදී දණ්ඩ ω_0 කෝණික ප්‍රවේගයෙන් සිය කේන්ද්‍රය හරහා යන දණ්ඩට ලම්බක අක්ෂයක් වටා භ්‍රමණය වෙමින් පවතී. පබළු දෙක දණ්ඩේ දෙකෙළවරට ළඟාවන මොහොතේදී පද්ධතියේ කෝණික ප්‍රවේගය වනුයේ , (ස්කන්ධය m හා දිග l වූ සෘජු දණ්ඩක කේන්ද්‍රය හරහා යන දණ්ඩට ලම්බක අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය $1 / 12\ ml^2$ වේ)

1. $M\omega_0/(M+6m)$
2. $M\omega_0/m$
3. $M\omega_0/(M+12m)$
4. $M\omega_0/(M+m)$
5. ω_0



09. 30 cm ක් දිග දණ්ඩක දෙකෙළවරට සර්වසම B හා C නැමැති අංශු දෙකක් ඈදා සුමට තිරස් තලයක් මත තබා තිබේ. එම තලය ඔස්සේ රූපයේ දැක්වෙන පරිදි $60\ cms^{-1}$ වේගයෙන් ගමන් ගන්නා A නැමැති සර්වසම අංශුවක් B හා ගැටී එහි ඇලේ. ගැටුමින් මොහොතකට පසු පද්ධතියේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය වටා කෝණික ප්‍රවේගය වනුයේ ,



1. $1\ rad\ s^{-1}$
2. $2\ rad\ s^{-1}$
3. $3\ rad\ s^{-1}$
4. $4\ rad\ s^{-1}$
5. $5\ rad\ s^{-1}$

10. සුමට තිරස් තලයක් මත තබා ඇති ස්කන්ධය m හා අරය r වූ වෘත්තාකාර තැටියක පරිධිය වටා සැහැල්ලු තන්තුවක් ඔතා එහි කෙළවරට කුඩා m ස්කන්ධයක් ගැට ගසා තිබේ. ආරම්භයේදී තන්තුව බුරුල්වන පරිදි තබා රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ස්කන්ධයට $5\ ms^{-1}$ තිරස් ප්‍රවේගයක් ලබා දේ. තන්තුව තද වන විට ස්කන්ධයේ ප්‍රවේගය වන්නේ , (තැටිය එහි කේන්ද්‍රය හරහා යන තැටියේ තලයට ලම්බක අක්ෂයක් වටා නිදහසේ භ්‍රමණය විය හැකි පරිදි රඳවා ඇති අතර එම අක්ෂය වටා එහි අවස්ථිති ඝූර්ණය $1 /2\ mr^2$ වේ).

1. $3\ ms^{-1}$ 2. $2.5\ ms^{-1}$
3. $5 / 3\ ms^{-1}$ 4. $10 / 3\ ms^{-1}$
5. $2\ ms^{-1}$

පිළිතුරු - අභ්‍යාස

01. 7.26×10^{-5} rads^{-1}, 465 ms^{-1}

02. i. $\pi/30$ rads^{-1} ii. $\pi/1800$ rads^{-1} iii. $\pi/21600$ rads^{-1}

03. 2π rads^{-2}

04. 8 s

05. 6 rad, 6 rads^{-1}, 3 ms^{-1}, 1.5 ms^{-2}, 18 ms^{-2}

06. 15.7 rads^{-2}, 500

07. i. –0.173 rads^{-2} ii. 5.51
iii. 48.4 cm s^{-1} iv. 2.42 cm s^{-2}

08. i. 6.54 rads^{-2} ii. 9.6 s iii. 48

09. 200 rev / min

10. i. 6.4 rads^{-2} ii. 90 ms^{-2}, 1.3 ms^{-2}

11. i. 8 rad ii. 20 s

12. 4 ms^{-1}

13. 3.8×10^{3} rads^{-1}, 190 ms^{-1}

14. 16 s

15. –1.5 rads^{-2}, 20 s

16. $\frac{V}{2R}$, $\frac{V}{2}$

17. i. $1/2R\ (v_1 - v_2)$, $1/2\ (v_1 + v_2)$
ii. $1/2R\ (v_1 + v_2)$, $1/2\ (v_1 - v_2)$

18. $4Ma^2$

19. 0.097 kg m^2

20. $2mr^2$

21. i. 1305 g cm^2 ii. 545 g cm^2 iii. 1850 g cm^2

22. 5 kg m^2 s^{-1}

23. 2.8×10^{34} kgm^{2}s^{-1}

26. 3.33 kgm^{2}s^{-1}

27. 16000 Nm

28. 543.7

29. i. 1.3 rads^{-2} ii. 13 rads^{-1}

30. i. 4.9 ms^{-2} ii. 24.5 rads^{-2} iii. 6.1 N

31. i. 2 rads^{-2} ii. 6 rads^{-1} iii. 4.5 m

32. 4.6 rads^{-2}

33. i. 46.8 N ii. 0.234 kgm^2 iii. 40.0 rads^{-1}

34. 6.67 ms^{-2}, 6.67 N

35. i. 4F/3m ii. F/3 iii. $\sqrt{8Fd/3m}$

37. i. $m_1 g / (m_1 + m_2 + I/R^2)$
ii. $T_1 = m_1 g\,(I + m_2 R^2) / [I + (m_1 + m_2) R^2]$, $T_2 = m_1 m_2 g / (m_1 + m_2 + I/R^2)$

38. i. 6 cm s^{-2} ii. 4.97 N iii. 4.63 N iv. 1.20 rads^{-2} v. 0.0142 kgm^2

39. i. 20 rads^{-2} ii. 0.32 Nm

40. $I_1 \omega_0 / I_1 + I_2$

41. 2.5 rev s^{-1}

42. 31.8 rpm

43. 1.3×10^{-4} kg m^2

44. 6 hours

46. $mvR / (MR^2 + I)$, $mvR^2 / (MR^2 + I)$

47. 1802.7 ms^{-1}

48. 0.365 rads^{-1}

49. 0.8 s කින් දීර්ඝ වේ.

50. 4.0 ms^{-1}

51. 1000 J

52. i. 2 rads^{-1} ii. 15 J

53. 6.4, 8 s

54. 2.6×10^{29} J

55. 6.7×10^{12} rads^{-1}

56. $2\sqrt{(gh/3)}$

57.

58. 56 cm

59. ½ mR^2, වෘත්තාකාර තැටියක් / ඝන සිලින්ඩරයක්

60. $\sqrt{3 g \sin\theta}$, $\sqrt{3 g \sin\theta}$

61. 5.15 cm

62. $\sqrt{(2 mgh) / (m + I/r^2 + 2M/5)}$

63. 0.2 kgm^2

64. 2.5 r

65. 15.8 s

පිළිතුරු – MCQ

01. 3	02. 1	03. 2	04. 1	05. 2
06. 3	07. 2	08. 1	09. 1	10. 4

සටහන්

F:\B\S~\2025-T-U2 - Part VII.pm7_Net 01 2024/03/29
Asanka Printers - 0777 555 399